

А. КИСЕЛЕВ



# АЛГЕБРА

ПЫТАРИШ ЧАСТЯ

НЕПОЛНЫЙ СРЕДНИЙ  
ДОН СРЕДНИЙ Ш КОЛЫШТЫ  
ТЫМЕНЬШ ЫВЛАЛАН



---

УЧПЕДГИЗ · 1940

Мар. г.

А. КИСЕЛЕВ

3-644/1

# АЛГЕБРА

*ПЫТӘРИШ ЧАСТЯ*

НЕПОЛНЫЙ СРЕДНИЙ  
ДОН СРЕДНИЙ ШКОЛЫН  
6-й—8-й КЛАССВЛӘШТЫ  
ТЫМЕНЬШЫВЛӘЛӘН

*РСФСР Наркомпрос утверждаймы  
рушла книга гың сәриймәм  
Марийский АССР Наркомпрос  
утверждаен*

**Инв. № 2558**

РСФСР НАРКОМПРОСЫН ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
УЧЕБНО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИЗДАТЕЛЬСТВО

МОСКВА ★ 1940



## 11-шыҝ ИЗДАНИЛАН СИРЬИМЫ ПРДИСЛОВИ.

Ти учебникын пйтариш частешыжы средный школын 6-й дон 7-й классвлжылан Наркомпросын остатка программывлэ тревайымым цилэок сирьимы.

Алгебраический дробьвлэ раздел гыц пасна молжым программа сёмьнь сирьимы. Изложени икань лижы манын, ти разделым ик главшкы пыртымы, программыдонжы ти материалын ик частьшым 5-й классышты тыменьбит, вес частьшым 7-й классышты. Преподаватель ти частьвлэм куштылгын айырен кердеш.

Ти у издани алгебра учебникышты цилэ ужмы самыньвлэм дэ слогын неточностьвлэм тёрлёмь; текстым лучирак ынгылаш лижы манын, юж вэрежы изиш угыц пыртымы дэ вашталтымы.

Упражненивлэм шукемдымь (пйтариш частьышты 200 упражнени ылын, Ёнде 297) дэ книга пйтымашты цилэ упражненилан ответым пумы.

*А. Киселев.*

Ленинград, октябрь 1934 г.

---

А. Киселев. АЛГЕБРА, ч. I  
учебник для 6—8 классов  
неполной средней и средней школы  
на горно-марийском языке  
переводчик *В. П. Петрова*

Редактор перевода *С. А. Фирсов.*  
Технический редактор *Е. Ф. Кириллова.*  
Корректор *В. П. Петрова.*

Сдано в набор 7/II 1940 г. Подписано к печати 1/VII 1940 г.  
Печатных листов 8. Учетно-издательских листов 8,65.  
Тираж 1300 экз. Формат 60×92<sup>1</sup>/<sub>16</sub>. Учпедгиз № 411.  
Бумага Комской фабрики.  
Уполномоченный Главлита № А-29346.

Государственное Учебно-Педагогическое Издательство Наркомпроса РСФСР.  
Москва, Орликов пер., д. № 3, третий этаж.

Заказ № 2101.  
17-я ф-ка нац. книги Огиза РСФСР треста «Полиграфкнига»,  
Москва, Шлюзовая наб., д. № 10.

ст  
вэр  
ти  
ик  
тех  
ав  
гйн  
тид  
вел  
дон  
ика  
анз

тел

чис  
рез  
оби

АНЗЫЦ ЫНГЫЛДАРЫМАШ.

I. Алгебраический знаквлән вәрышты.

1. Буквавләм употребляйымаш. а) Числавлән общий свойствыштым сирен анжыкташ келеш. Множимый дон множительын вәрыштым вашталтенә гынь, кок числан произведени ак вашталт, ти келесымым мә кыткынь сирен анжыкташ сөрөнә лижы. Тынәм, ик числажым  $a$  буквадон, весыжым  $b$  буквадон обозначаен, мә техень равенством сирен кердына:  $a \times b = b \times a$ , аль кытыкынара:  $ab = ba$ ; йыгыре сирымы кок буква лошты нимахань знак уке гынят, ти буквавлә лошты умножени знак улы манын шотлымла, тидым соок палаш келеш. Иктә-махань свойство ик числалан веле агыл, цилә числалан ылеш гынь, соок тенге сират.

Числавләм латинский (аль французский) алфавитын буквавләдон обозначаат.

б) Икань условиән, но пумы числавлән величинашты веле икань агылан, *задачвләм решаш лимы правилым кытыкынь сирен анжыкташ келеш.*

Например, мә техень задачым решенә:

520-н числан 3% моаш келеш.

Тынәм тенге рассуждаенә:

иктә-махань числан 1%-шы ти числан  $\frac{1}{100}$  лиэш; следовательно:

$$520\text{-н } 1\% \text{-шы } \frac{520}{100} = 5,2 \text{ лиэш;}$$

$$520\text{-н } 3\% \text{-шы } \frac{520}{100} \times 3 = 15,6 \text{ лиэш.}$$

Техень иктә-маняр задачым решымкы, мә цакленә, иктә-махань числан процентым момы годым ти числам 100-еш пайылымла да результатшым процетвлән числаэш умножымла. Задачым техень общий виддон решенә:

$a$  числан  $p\%$  моаш келеш.

Задачым тенге решенә:

$a$  числан 1%-шы  $\frac{a}{100}$  лиэш,

$a$  числан  $p\%$ -шы  $\frac{a}{100} \times p$  лиэш.

Кычылмы числам  $x$  буквадон обозначаен, ма техень равенством сирен кердына:

$$x = \frac{a}{100} \times p.$$

Пумы любой процентым кыце моаш лиэш, ти равенство торок анжыкта.

Эче примерым налына. Арифметикышты дробьвлэм умножымы правилым ма шамаквлэдон тенге келесен: дробьым дробеш умножымы годым числителыым числителеш, знаменателыым знаменателеш умножымыла да пйтариш произведением вараш произведениэш пайылымла. Буквавлэдон обозначаен, ма ти правилым пиш кытыкын келесен кердына. Лымынжок, пйтариш дробьын числителыым  $a$  буквадон обозначаен, знаменателыым  $b$  буквадон, вараш дробьшым  $c$  да  $d$  буквавлэдон. Ти правилым сирен кердына:

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}.$$

Торок каеш, буквавлэ вареш ма любой числам шынден кердына, седьндон тенге сирымаш хыть-махань дробьланок умноженин общий правило ылеш.

Дробьым дробеш пайылымы правилымат тенгеок сирен анжыкташ лиэш:

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{ad}{bc}.$$

*Числавля лошты иктя-махань соотношением буквавлэдон да действи знаквлэдон анжыктымы керек-махань равенством аль неравенством формула маныт.*

Примереш ма юж формулыжым анжалына.

Прямоугольникийн основанижым да кукшыцшым линейный ик единицыдонок висеня да основани  $b$  числа, кукшыц  $h$  числа лиэш гынь, квадратный единицывлэдон анжыктымы ти прямоугольникийн  $s$  площадьшым техень формулыдон моаш лиэш:  $s = bh$ . Ти буквавлэдон обозначаымыкы, треугольникийн площадьшым техень формулыдон моаш лиэш:

$$s = \frac{1}{2} bh.$$

Физика гыц тебе ма палы: иктя-махань веществван удельный весшым палымы годым, ти веществван лелыцшым объемшым пайылаш келеш. Телан лелыцшым (граммдон)  $p$  буквадон, объемжым (куб. сантиметрдон)  $v$  буквадон, удельный весшым  $d$  буквадон обозначаеня да тишецын бнде ма удельный весвлэм палымы ти правилым техень формулыдон кытыкын сирен кердына:

$$d = \frac{p}{v}.$$

**2. Алгебраический выражени.** Буквавлэдон (аль буквавлэдон да цифрвлэдон) обозначаымы таманяр числа иканы-иктыш-

тї лошты махань действом да махань порядокдон ышташ кералым абыжктышы знаквлдон пижїктїмї ылыт гїнь, техень обозначеним *алгебраический выражени* маныт.

Например, техень выраженивлә:  $\frac{a}{100} \times p; ab; 2x + 1$ .

Кїтїкїн келесаш лижї манын, „алгебраический выражени“ манмы вәреш мә шїренок „выражени“ веле манаш тїнгалїнә.

Иктә-махань выражеништыш буквавлән численный значенивләм *вычисляш* келеш гїнь, буквавлә вәреш ти численный значенивләм шїндїмлә да выраженишты анжыктымы действиивләм ыштїмлә; тенге ыштїмїкї плучаялтшы числам алгебраический выражеништыш буквавлән *численный величина* маныт. Тевеш,  $\frac{a}{100} \times p$

выраженишты  $p=3$  да  $a=520$  ылеш гїнь, численный величинажы техень лиэш:

$$\frac{520}{100} \times 3 = 5,2 \times 3 = 15,6.$$

**3. Алгебрышты техень действиивлә ылыт:** *сложени, лык-маш, умножени, пайылымаш, степеньыш возвышайымаш да коренным извлекайымаш*. Пїтәриш нїл действиижы арифметика гїцок палбї ылыт. Вїзїмшї действиижы — степеньыш возвышайымаш — умножени частный случайжы ылеш, тиштї таманяр икань сомножительноым икәнә-иктеш умножаш келеш. Техень сомножительновлән произведением *степень* маныт; сомножительновлән шотшым — *степеньын показательжы*. Степеньыш возвышайымы числам *степеньын основанижы* маныт. Иктә-махань числам сомножительнош 2 гәнә нәлїт гїнь, произведенижым ти числан *второй степеньжы* маныт; иктә-махань числам сомножительнош 3 гәнә нәлїт гїнь, произведенижым ти числан *третий степеньжы* маныт. Тенге, 5-ән числан второй степеньжы  $5 \times 5$  произведени лиэш, вес статян келесенжї  $25; \frac{1}{2}$  числан третий степеньжы  $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$  произведени лиэш, вес статян келесенжї  $\frac{1}{8}$ . Пумы числам ышкїмжїм числан *первый степеньжы* маныт.

Второй степеньым вес статян *квадрат* маныт, кымшы степеньым — *куб*. Техень лїмвләм нинялән теве малын пумы:  $a \times a$  произведени (квадратный единицыдон)  $a$  линейный единица велән квадратын площадишым анжыкта,  $a \times a \times a$  произведенижы (кубический единицыдон)  $a$  линейный единица реброан кубын объемым анжыкта.

Коренным извлекайымы гишән мә кїзїт ана попы, ти действии алгебра тїнгалмаштї уке.

**4. Алгебрышты ылышы знаквлә.** Алгебрышты пїтәриш нїл действиим арифметикиштыш знаквлдон сирәт, умножымы годым веле, кок сомножительноге әль ик сомножительножы буквавлә ылыт гїнь, умножени знаком ак сиреп. Например  $a \times b$  (әль  $a \cdot b$ ) вәреш  $ab$  веле сирәт,  $3 \times a$  (әль  $3 \cdot a$ ) вәреш  $3a$  сирәт. Пайылым знак вәреш әль кок точкам „:“ шїндәт, әль чертам тореш ыдыралыт;

тенге,  $a:b$  дә  $\frac{a}{b}$  выраженивлә иктѣмок,  $a$  числа  $b$  числаэш пайылалтым анжыктат.

Степеньыш возвышайымым кѣтѣкѣн тенге сират: сомножителеш нәлмѣ числам (степенъын основаним) сират дә тидѣн вургымла веләнжѣ кѣшән вес числам (степенъын показательжым) сират. Ти числа, возвышайымы числам сомножительдон маняр гәнә нәләш келеш, тѣдѣм анжыкта. Тенгелә тевеш,  $3^4$  (*кымыт четвертый степеня*н манын лыдыт) кужын сирѣмѣм кѣтѣкѣн анжыкта:

$$3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3.$$

Числа сага степенъын показатель уке гѣнь, ти числан показателъым единица манаш лиэш; нарпимер,  $a$  дон  $a^1$  иктѣмок анжыктат.

Иктә-маханъ кок выраженин равенством техенъ знакдон обозначаят:  $=$ , неравенством  $>$  знакдон, ти знакын кашар оголжы изи числа векѣлә лишәшлык. Например, тенге сирѣмѣ гѣнь:

$$5 + 2 = 7 \quad 5 + 2 < 10 \quad 5 + 2 > 6,$$

тидѣ тебе мам анжыкта:  $5 + 2$  лиэш 7;  $5 + 2$  10 гѣц чѣдѣ;  $5 + 2$  6 гѣц шуку.

**5. Действивлән порядоқышты.** Алгебраический выраженишты анжыктымъ действивләм техенъ порядокдон бѣштен миәш сѣрѣмѣ: пѣтәри высший порядокан действивләм бѣштәт, вес статян келесенжѣ степеньш возвышаят дә коренъым извлекаят, вара умножением дә пайылымашым бѣштәт, остаткаэшѣжѣ, сложением дә лыкмашым.

Тенге,  $3a^2b - \frac{b^3}{c} + d$  выражением сирѣмѣ гѣнь, вычисляйымы годым, пѣтәри степеньш возвышаяш келеш ( $a$  числам квадратыш возвышаяш,  $b$  числам кубыш), вара умножением дә пайылымашым бѣштәш келеш (3-м  $a^2$ -еш умножаш дә плучайым результатшым  $b$ -еш умножаш;  $b^3$ -м  $c$ -еш пайылаш) дә, остаткаэшѣжѣ, лыкмаш дон сложымашым бѣштәш келеш ( $3a^2b$  гѣц  $\frac{b^3}{c}$  лыкташ дә результатшы вѣкѣ  $d$  приваяш).

Задачын условижы гишән действивлән техенъ порядок гѣц цәкнәш керәл лиэш гѣнь, тѣнәм скобкывләм употребляят. Скобкывлә кѣргѣштѣш числавладон действивләм мол действивлә гѣц анзыц бѣштәт, скобкывлә тидѣм анжыктат. Например, ти выраженивлә:

$$5 + 7 \cdot 2 \text{ дә } (5 + 7) \cdot 2$$

иктѣмок ак анжыктеп. Пѣтәриш случайышты 7-м 2-еш умножымла дә результатшым 5 вѣкѣ привайымла (19 лиэш). Вес случайыштыжы пѣтәри 5 дон 7 сложымла дә результатшым 2-еш умножымла (24 лиэш).

Ти выражеништәт:

$$(a + b)c - d,$$

тенгеок лиэш. Тиштѣ пѣтѣри  $a$  дон  $b$  сложимла, результатным  $c$ -еш умножимла дѣ маняры плучаялтеш, тѣшец  $d$ -м лыкмыла.

Техень выражением скобка кѣргѣш пырташ келеш гѣнь, у скобкывлѣжѣм вес статявлѣм ѣштѣт. На пример, техень выражени:

$$a \{b - [c + (d - e)]\}$$

теве мам означая:  $d$  гѣц  $e$ -м лыкмыла, плучаймы разностьым  $c$  вѣкѣ привайимла, привайимыкы плучаймы суммым  $b$  гѣц лыкмыла дѣ ти разностеш  $a$ -м умножимла.

Скобкывлѣлѣн техень лѣмвлѣм пумы: круглый скобкывлѣ ( ), квадратный, ѣль ломанный, скобкывлѣ [ ], фигурный скобкывлѣ } }.

Выраженишты иктѣ-маняр скобка ылмы годым, пѣтѣри круглый скобка кѣргѣштѣш числавлѣн действивлѣм ѣштѣт, вара квадратный скобкывлѣ кѣргѣштѣш действивлѣм дѣ, остаткаэшѣжѣ, фигурный скобкывлѣ кѣргѣштѣш числавлѣн действивлѣм. Скобкывлѣэш анжыктымы действивлѣм ѣштѣмѣ годым, мѣ скобкывлѣм укем ѣштѣнѣ, ѣль скобкывлѣм „пачына“ маныт. На пример, техень выраженишты:

$$5 \cdot \{24 - 2 \cdot [10 + 2 \cdot (6 - 2) - 3 \cdot (5 - 2)]\}$$

пѣтѣри круглый скобкывлѣм пачына:

$$5 \cdot \{24 - 2 \cdot [10 + 2 \cdot 4 - 3 \cdot 3]\}.$$

Вара квадратный скобкывлѣм пачына:

$$5 \cdot \{24 - 2 \cdot 9\}.$$

Остаткаэшѣжѣ, фигурный скобкывлѣм пачына:

$$5 \cdot 6 = 30.$$

### Упражненивлѣ.

1. Квадратын велжѣ  $a$  м ылеш; тидѣн периметржым дѣ площадьшым сирен анжыктыда.

2. Кубын реброжы  $m$  см ылеш гѣнь, тидѣн вѣлвѣлжѣм дѣ объемжым кыце сирен анжыктымла?

3. Прямоугольникын основанижы  $x$  м ылеш, кѣкшѣщѣбѣ основани гѣц  $d$  м кѣтѣкряк. Тидѣн площадьшым сирен анжыкташ келеш.

4. Двузначный числан луанвлѣжѣ  $x$  ылыт, проста единицывлѣжѣ  $y$ . Ти числашты цилѣжѣ маняр единица?

5. Трехзначный числашты шѣдѣнвлѣ  $a$  ылыт, луанвлѣ  $b$  дѣ проста единицывлѣ  $c$ . Ти числаштыш цилѣ единица шотым махань формулыдон сирен анжыкташ лиэш?

6. Кок сорт чайым ярымы: первый сортшым  $a$  кг нѣлмѣ, второй сортшым  $b$  кг. Ик кг первый сорт чайжы  $m$  тѣнгѣм стоя, второй сорт чайжы  $n$  тѣнгѣм. Ик кг ярым чайын ценажым сирен анжыктыда.

7. Алгебрыштыш знаквлѣдон сирен анжыктыда: 1)  $x$  дон  $y$  числавлѣн квадратыштын суммы; 2) ти числавлѣн суммыштын квадратым; 3) ти числавлѣн квадратыштын произведением; 4) ти числавлѣн произведеништын квадратым; 5)  $a$  дон  $b$  числан сумма дон нинѣн разностьштын произведением; 6)  $m$  дон  $n$  числан суммым нинѣн разностешышты пѣйылымы частныйым (тидѣн частныйжым кок статян сирен анжыкташ келеш: кок точкадон (: ) дѣ чертадон).



8. Ти выраженивләм шотайыда, тиштѣ  $a = 20$ ,  $b = 8$  дѣ  $c = 3$ :

- 1)  $(a + b)c$ ;    2)  $a + bc$ ;    3)  $(a + b)a - b$ ;  
4)  $(a + b)(a - b)$ ;    5)  $(a + b):c$ ;    6)  $\frac{a + b}{b - c}$ .

9.  $3ab$  произведеништы  $a$  вѣреш  $x + y$  суммым,  $b$  вѣреш  $x - y$  разностьым шѣндѣмѣкѣ, махань выражени лиш, сирѣдѣ.

### Исторический сведенивлѣ.

„Алгебра“ шамак арабвлѣн йѣлмѣ гѣц нѣлмѣ ылеш. Арабский ученый А л ь х в а р и з м и н (820 ин) математический трудшын заглавижы алгебра шамакдон тѣнгѣлмѣ ылын.

Европышты ти шамакым пѣтѣри 1572 ин итальянский математик Б о м б е л л и математический трудшын заглавиш сирен, тѣдѣ гѣц вара ти шамакым цѣлѣ математикок пользываяш тѣнгѣлѣнѣт.

Ти шамакын значенижым уравненивлѣ тыменьмѣкѣ ынгылаш лиш.

1591 ин французский математик В и е т а числавлѣ вѣреш буквавлѣм шѣндѣш тѣнгѣлѣн. Тидѣ гѣц вара французский лѣмлѣ философ дѣ математик Р е н е Д е к а р т (1596—1650 ин) осовынок когон буквавлѣдон пользываяш тѣнгѣлѣн.

Кѣзѣйтѣшѣ веремѣн алгебрышты пользываймы знаквлѣм шуку математик, махань-шон веремѣн пыртен миѣнѣт. Перви действвлѣм цѣла шамаквлѣдон ѣль шаявлѣдон анжыктат ылын. Йѣле шотайымашты действом шамакдон ѣль шаядон сирен анжыктымаш йѣнѣн агыл ылын дѣ ти шамаквлѣм кѣтѣкемдѣш тѣнгѣлѣнѣт, остаткаѣшѣжѣ, ти кѣтѣкемдѣмѣ шамаквлѣ вѣреш специальный знаквлѣм шѣндѣш тѣнгѣлѣнѣт. Шѣрен употребляймы знаквлѣн лѣкмѣ веремѣштѣм ын-де анжыктенѣ.

Сложени дон лыкмы знаквлѣм „+“ дѣ „-“ 1489 ин немецкий математик В и д м а н пыртен. Эче тидѣ гѣц анычок итальянский великий художникын Л е о н а р д о - д а - В и н ч и н рукописьвлѣштѣ ти знаквлѣ сирѣмѣ ылыныт.

Равенством обозначааяш английский алгебранст Р е к о р д „=“ знакым пыртен. Тидѣ гишѣн тидѣ тенге сирен: „нимахань кок предметѣт ик кыташ параллельный кок лини гѣц тѣр лин ак кердеп“. Английский математик Х е р р и о т (1631 ин) „>“ дѣ „<“ знакым дѣ умножением анжыкташ точкам пыртен.

(1694 ин) немецкий лѣмлѣ математик Л е й б н и ц пайылымым анжыкташ „:“ знакым пыртен. Тидѣ якте пайылымым знакым чертадон анжыктат ылын.

Скобкывлѣ ( ), [ ] да { } сек пѣтѣрижок фламандский математик Ж и р а р а н трудвлѣштѣжѣ ылыт (1629 ин).

Ти знаквлѣм цѣламок икѣнѣштѣ цѣлѣн пользывайыделыт. Кыды математикшы первич знаквлѣмок моло эче пользываят ылын. Алгебраический знаквлѣ XVIII курым пѣтѣмѣ годым веле яжонок устаивавливаялтынѣт манаш лиш. Ти шотышты великий английский ученый И с а а к Н ь ю т о н ы н (1642—1727 ин) сочиненивлѣжѣ когон палшенѣт.

## II. Пѣтѣриш нѣл арифметический действиин свойствывлѣ.

Арифметика гѣц пѣлѣмѣ действвлѣн сложымашын, лыкмашын, умножымашын дѣ пайылымашын главный свойствывлѣштѣм мѣ ѣнде ѣшѣндѣренѣ. Ти свойствывлѣм алгебрыштат шѣрен пользываяш вѣрештеш.

**6. Сложени.** а) Слагаемывлѣн вѣрѣштѣм вашталтымашеш сумма ак вашталт (сложенин переместительный закон). Тенге:

$$3 + 8 = 8 + 3; \quad 5 + 2 + 4 = 2 + 5 + 4 = 4 + 2 + 5.$$

Вообще:

$$a + b = b + a; \quad a + b + c + \dots = b + a + c + \dots = c + a + b + \dots$$

Точкавлăжы слагаемыйвлă кымыт гыц утлаат лин кердмӱм анжыктат.

б) Иктă-маняр слагаемыйышты юж слагаемыйжым нинӱн суммьдон вашталтымыкы, сумма ак вашталт (сложенин сочетательный закон). Тенге:

$$3 + 5 + 7 = 3 + (5 + 7) = 3 + 12 = 15;$$

$$4 + 7 + 11 + 6 + 5 = 7 + (4 + 5) + (11 + 6) = 7 + 9 + 17 = 33.$$

Вообще:

$$a + b + c = a + (b + c) = b + (a + c) \text{ дă пақылаат.}$$

Южнамжы ти законом тенге маньт: слагаемыйвлăм керек-махань группышкат пижыктăш лиэш.

в) Иктă-махань числашкы таманяр числан суммьм привайымы годым, каждый слагаемыйым пасна дă пачелă приваен миӱш лиэш. Тенге:

$$5 + (7 + 3) = (5 + 7) + 3 = 12 + 3 = 15.$$

Вообще:

$$a + (b + c + d + \dots) = a + b + c + d + \dots$$

7. Лыкмаш. а) Иктă-махань числа гыц таманяр числан суммьм лыкмы годым, каждый слагаемыйым пасна дă пачелă лыктын миӱш лиэш. Тенге:

$$20 - (5 + 8) = (20 - 5) - 8 = 15 - 8 = 7.$$

Вообще:

$$a - (b + c + d + \dots) = a - b - c - d - \dots$$

б) Иктă-махань числашкы кок числан разностьым (кодшым) привайымы годым, уменьшайымым приваяш дă вара вычитаемыйым лыкташ лиэш. Тенге:

$$8 + (11 - 5) = 8 + 11 - 5 = 14.$$

Вообще:

$$a + (b - c) = a + b - c.$$

в) Иктă-махань числа гыц разностьым лыкмы годым, пӱтӱри вычитаемыйым приваяш дă вара уменьшаемыйым лыкташ лиэш. Тенге:

$$18 - (9 - 5) = 18 + 5 - 9 = 14.$$

Вообще:

$$a - (b - c) = a + c - b.$$

**8. Умножени.** а) Сомножительвлән вәрйштѳм вашталты-машеш произведени ак вашталт (умноженин переместительный закон). Тенге:

$$4 \cdot 5 = 5 \cdot 4; \quad 3 \cdot 2 \cdot 5 = 2 \cdot 3 \cdot 5 = 5 \cdot 3 \cdot 2.$$

Вообще:

$$ab = ba; \quad abc \dots = bac \dots = cba \dots$$

б) Иктә-маняр сомножительышты кыды сомножительвләжѳм нинѳн произведеништыдон вашталтымыкы, произведени ак вашталт (умноженин сочетательный закон). Тенге:

$$7 \cdot 3 \cdot 5 = 5 \cdot (3 \cdot 7) = 5 \cdot 21 = 105.$$

Вообще:

$$abc = a(bc) = b(ac) \text{ дә пақылаат.}$$

в) Иктә-махань числам таманяр сомножительын произведе-ниэш умножымы годым, ти числам пѳтәриш сомножителеш умножаш дә вара тѳ результатым второй сомножителеш умножаш лиэш дә пақылаат тенгеок. Тенге:

$$3 \cdot (5 \cdot 4) = (3 \cdot 5) \cdot 4 = 15 \cdot 4 = 60.$$

Вообще:

$$a(bcd \dots) = (ab)cd \dots$$

г) Таманяр сомножительын произведением иктә-махань чис-лаэш умножымы годым, ти числаэш ик сомножительым умно-жаш дә мол сомножительвләжѳм вашталтыдеок кодаш лиэш. Тенге:

$$(3 \cdot 2 \cdot 5) \cdot 3 = (3 \cdot 3) \cdot 2 \cdot 5 = 3 \cdot (2 \cdot 3) \cdot 5 = 3 \cdot 2 \cdot (5 \cdot 3).$$

Вообще:

$$(abc \dots) m = (am) bc \dots = a (bm) c \dots \text{ дә пақылаат.}$$

д) Иктә-махань числаэш суммым умножымы годым, каждый слагаемыйым ти числаэш умножаш дә плучайымы результат-вләм сложаш лиэш. Тенге:

$$(5 + 3) \cdot 7 = 5 \cdot 7 + 3 \cdot 7.$$

Вообще:

$$(a + b + c + \dots) m = am + bm + cm + \dots$$

Умноженин переместительный законжы семѳн ти свойствымок тенге келесәш лиэш: иктә-махань числам таманяр числан сум-меш умножымы годым, ти числам каждый слагаемьеш пасна умножаш дә плучайым результатвләм сложаш лиэш. Тенге:

$$5 \cdot (4 + 6) = 5 \cdot 4 + 5 \cdot 6.$$

Вообще:

$$m(a + b + c + \dots) = ma + mb + mc + \dots$$

Суммым умножымы годым каждый слагаемыйым пасна-пасна умножыла, седьндон ти свойством умножения *распределительный* закон маныт.

е) Распределительный законом разностьышклат применяяш лиэш. Тенге:

$$(8 - 5) \cdot 4 = 8 \cdot 4 - 5 \cdot 4; \quad 7 \cdot (9 - 6) = 7 \cdot 9 - 7 \cdot 6.$$

Вообще:

$$(a - b)c = ac - bc; \quad a(b - c) = ab - ac,$$

вес статын колесенжы, разностьым иктя-махань числаэш умножымы годым, ти числаэш уменьшаемыйым да вычитаемыйым пасна умножаш да пйтариш результат гыц кокшы результатшым лыкташ лиэш; иктя-махань числам разностеш умножымы годым, ти числам уменьшаемыеш да вычитаемыеш пасна умножаш да пйтариш результат гыц кокшы результатшым лыкташ лиэш.

9. Пайылымаш. а) Суммым иктя-махань числаэш пайылымы годым, ти числаэш каждый слагаемыйым пасна пайылаш да плучайымы результатвлам сложаш лиэш.

$$\frac{30 + 12 + 5}{3} = \frac{30}{3} + \frac{12}{3} + \frac{5}{3} = 10 + 4 + 1\frac{2}{3}$$

Вообще:

$$\frac{a + b + c + \dots}{m} = \frac{a}{m} + \frac{b}{m} + \frac{c}{m} + \dots$$

б) Разностьым иктя-махань числаэш пайылымы годым, ти числаэш уменьшаемыйым да вычитаемыйым пасна пайылаш да пйтариш результат гыц кокшы результатшым лыкташ лиэш:

$$\frac{20 - 8}{5} = \frac{20}{5} - \frac{8}{5} = 4 - 1\frac{3}{5}.$$

Вообще:

$$\frac{a - b}{m} = \frac{a}{m} - \frac{b}{m}.$$

в) Таманяр сомножительын произведением иктя-махань числаэш пайылымы годым, ти числаэш ик сомножительым пайылаш да молжым вашталтыдеок кодаш лиэш:

$$(40 \cdot 12 \cdot 8) : 4 = 10 \cdot 12 \cdot 8 = 40 \cdot 3 \cdot 8 = 40 \cdot 12 \cdot 2.$$

Вообще:

$(abc \dots) : m = (a : m)bc \dots = a(b : m)c \dots$  да пагылаат тенгеок.

г) Иктя-махань числам таманяр сомножительын произведенииш пайылымы годым, ти числам пйтариш сомножителиш пайылаш, плучайымы результатшым кокшы сомножителиш пайылаш лиэш да пагылаат тенгеок.

$$120 : (2 \cdot 5 \cdot 3) = [(120 : 2) : 5] : 3 = (60 : 5) : 3 = 12 : 3 = 4.$$

Вообще:

$$a : (bcd \dots) = [(a : b) : c] : d \dots$$

д) Пайылымашын вес свойствыжым эче анжыктенä:

**Делимый дон делительным ик числаэшок умноженä (äль пайыленä) гынь, частный ак вашталт.**

Ти свойством ти кок примердон анжыктенä:

$$1) 8 : 3 = \frac{8}{3},$$

делимый дон делительным, например, 5-еш умноженä дä у частныйым плучаенä:

$$(8 \cdot 5) : (3 \cdot 5) = \frac{40}{15},$$

ти частныйым 5-еш сокращайымыкы, первиш частный  $\frac{8}{3}$  лиэш.

$$2) \frac{3}{4} : \frac{5}{6} = \frac{3 \cdot 6}{4 \cdot 5}.$$

Делимый дон делительным, например  $\frac{2}{7}$  умноженä дä у частныйым плучаенä:

$$\left(\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{7}\right) : \left(\frac{5}{6} \cdot \frac{2}{7}\right),$$

ти частный, дробьым умножымы дон пайылымы правилывлä сембнь бштбмбкы, тенге лиэш:

$$\frac{3 \cdot 2}{4 \cdot 7} : \frac{5 \cdot 2}{6 \cdot 7} = \frac{3 \cdot 2 (6 \cdot 7)}{4 \cdot 7 (5 \cdot 2)} = \frac{3 \cdot 2 \cdot 6 \cdot 7}{4 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 2},$$

ти частныйым 2-еш дä 7-еш сокращайымыкы, первиш частный  $\frac{3 \cdot 6}{4 \cdot 5}$  лиэш.

Вообщежы,  $a, b, m$  керек-махань числа ылыт гынят,  $(am) : (bm) = a : b$  лиэш, тидым тенгеät сираш лиэш:

$$\frac{am}{bm} = \frac{a}{b}.$$

Иктä-махань числаэш пайылымаш обратный числаэш умножымы ганьок ылеш, седбндон ик числаэшок делимыйым дä делительным умножымашеш частный ак вашталт гынь, ик числаэшок делимыйым дä делительным пайылымыкат частный ак вашталт.

**10. Действивлän свойствывлäm применяйымаш.** Действивлän анжыктымы свойствывлäштбм алгебраический выраженивлäm проебразовайымашты (весемдбмашты) шбрен пользывает лиэш; например:

а)  $a + b + a + 2 + b + a + 8$ . Сложенин сочетательный свойством пользывает, слагаемывлäm тенге группывлäшкы бштенä:

$$(a + a + a) + (b + b) + (2 + 8).$$

Ти суммым кытыкын тенге сираш лиэш:

$$(a \cdot 3) + (b \cdot 2) + 10,$$

умноженин переместительный закон сембнь бштен, тидым тенге сираш лиэш:

$$3a + 2b + 10.$$

б)  $a + (b + a)$ .  $a$  числа вккы  $(b + a)$  суммым привайымы годым,  $a$  вккы пйтари  $b$ -м приваяш, вара  $a$ -м приваяш лиэш;  $a + b + a$  плучаялтеш. Слагаемывладон техень группывлам бштенä:

$$(a + a) + b.$$

Ти суммым кытыкын тенге сираш лиэш:

$$a \cdot 2 + b, \text{ аль } 2a + b.$$

в)  $a \cdot (3x^2a)$ .  $a$  числам  $3x^2a$  произведениэш умножымы годым,  $a$ -м 3-еш умножаш, плучайымы результатом  $x^2$ -еш умножаш лиэш дä пакылаат тенгеок.  $a3x^2a$  плучаялтеш. Буквавлäm алфавитный порядокдон шбнден дä числовой множительным анзылан шбнден, ти произведеним тенге сираш лиэш:  $3a^2x^2$ .

г)  $\left(\frac{1}{5}ax\right) \cdot 10$ . Произведением 10-эш умножымы годым иктä-махань множительным 10-эш умножаш лиэш.  $\frac{1}{5}$ -м 10-эш умноженä; тбнäm  $2ax$  лиэш.

д)  $(a + x + 1) \cdot 3$ . Умноженин распределительный свойство сембнь сирымккы тенге лиэш:

$$(a \cdot 3) + (x \cdot 3) + (1 \cdot 3),$$

тидым тенге сираш лиэш:

$$3a + 3x + 3.$$

е)  $\frac{9ab}{3} \cdot 9ab$  произведением 3-еш пайылымы годым, ик сомножительным 9-м 3-еш пайылаш лиэш; пайылымыкы,  $3ab$  лиэш.

### Упражненивлä.

Каждый примерышты действоввлän махань свойствоввлäm пользываетш лиэш, тбдым объясняен, ти выраженивлäm простаэмдäш келеш:

10.  $a + b + a + b + a;$   $x + 10 + (12 - x) + 3.$

11.  $5 + a(b - 5) + a;$   $x + (a + x).$

12.  $m + (n - m);$   $5aabxabbxx.$

13.  $(3xy) \cdot (2z);$   $\left(\frac{2}{3}ax\right) \cdot 3.$

14.  $(x + 3) \cdot 5;$   $7(x + y + z).$

15.  $(2a + 8b - 4c) : 4;$   $(10a^2b) : 2.$

16.  $(72x - 18y) : 9;$   $(20a^2x^3) : (5ax^3).$

17.  $\frac{a}{4} : \frac{b}{4};$   $\frac{15ax}{7} : \frac{5a}{7}.$

ВТОРОЙ ОТДЕЛ.

ОТНОСИТЕЛЬНЫЙ ЧИСЛАВЛӘ ДӘ НИНБІДОН  
ДЕЙСТВИВЛӘМ БІШТБІМӘШ.

I. Кок противоположный смыслдон ынгылаш лимбї  
величинавлӘ гишӘн.

**11. 1 задача.** Термометр йыдпелбїн  $2^{\circ}$ -м, кечбївалбїн  $5^{\circ}$ -м анжыктен. Йыдпел гїц кечбївал якте температура кыце дӘ маняр градус вашталтын?

Ти задачышты условивлӘм цилӘок анжыктымы агыл: эче анжыкташ келеш: термометр йыдпелбїн  $2^{\circ}$  шокшым Әль  $2^{\circ}$  уштбїм анжыктен ылын; кечбївалбїн ылышы температура гишӘнӘт тидбївлӘмок анжыкташ келеш ылын. Например, йыдпелбїнӘт дӘ кечбївалбїнӘт термометр шокшым анжыктен гїнь, ти веремӘ лошты температура  $2^{\circ}$  гїц  $5^{\circ}$  якте кузен, значит,  $3^{\circ}$  кузен; термометр йыдпелбїн  $2^{\circ}$  уштбїм ( $0^{\circ}$  гїц ӘлбїкбїлӘ), кечбївалбїн  $5^{\circ}$  шокшым ( $0^{\circ}$  гїц кўшкбїлӘ) анжыктен гїнь, температура  $2 + 5$ , вес статян келесенжбї  $7^{\circ}$  кузен лиэш.

Ти задачышты кок противоположный направленидон шотӘяш лимбї величина гишӘн попалтеш: температурын градус шотшым термометрын нуль черта гїц кўшкӘт дӘ ӘлбїкӘт лыдаш лиэш.  $0^{\circ}$  гїц кўшнбїш температурым (шокшым) положительныеш шотлат дӘ градус шотшым  $+$  знакан числадон анжыктат,  $0^{\circ}$  гїц Әлнбїш температурым (уштбїм) отрицательныеш шотлат дӘ градус шотшым  $-$  знакан числадон анжыктат (положительный числам знактеок анжыктымыкат самынь ак ли).

Задачам бїнде тенге сиренӘ: йыдпелбїн температура  $-2^{\circ}$ -м анжыктен, кечбївалбїн  $+5^{\circ}$ . Йыдпел гїц кечбївал якте температура кыце дӘ маняр градус вашталтын? Бїнде ти задачлан определенный ответым пуаш лиэш: температура  $2 + 5$  кузен, вес статян келесенжбї  $7^{\circ}$  кузен.

**2 задача.** Октябрьский кїртни корнышты (Москва дон Ленинград ло корны) скорый поезд Бологое станци гїц (ти станци Москва дон Ленинград корнын пеле вӘр нӘрбїштбї ылеш)  $100$  км вӘрбїштбї ылымы годым, почтовый поезд Бологое дорц  $50$  км вӘрбїштбї ылын. Ти кок поезд тбїнӘм икӘнӘ-иктбїштбї гїц маняр километрӘш вӘрбїштбї ылыныт?

Тенге келесбїмӘштбї ти задача определенный раскыдын келесен пумы агыл: поездвлӘ Бологое гїц тагыды велнбїжбї ылыныт, тӘ Ленинград векбїлӘжбї кенбїт, тӘ Бологое кок велнбї ылыныт, келе-

сѣмѣ агыл. Коктынат Бологое гѣц ик векѣлѣ кенѣт гѣнь, ти кок поезд лошты 100—50, вес статья келесенжѣ 50 км ылын, Бологое кок векѣлѣ кенѣт гѣнь, тѣнѣм ти кок поезд лошты 100+50, вес статья келесенжѣ 150 км ылын. Значит, ти задача определеннѣ лижѣ манын, Бологое дон поезд ло расстояниѣ величинам веле анжытымы ак ситѣ, Бологое гѣц кыды векѣлѣ ти расстояниѣм шотлаш келеш, тѣдѣм эче анжыкташ келеш.

Ти задачишты величинам кытшым веле агыл, эче направленижымат анжаш келеш. Поезд дорц Бологое якте ылшы ик расстояниѣм (например 100 км) ик векѣлѣ (например Москва векѣлѣ) нѣлѣш лиэш дѣ вес векѣлѣ (Ленинград векѣлѣ). Обыкновеннѣ арифметическѣ числавлѣ расстояниѣ величинам веле анжыктат, направленижым (кыды векѣлѣ ылеш) ак анжыктеп.

Ти задачишты расстояниѣм анжыктышы числашкы направлени анжыктымым приваяш келеш ылын, например, Москва векѣ 100 км, Ленинград векѣ 50 км. Тѣнѣм веле задача определеннѣ лиэш.

Направлени анжыктымым тенге ѣштеп шокташ лиэш:

Октябрьскѣ корнын кок направленишты ик направленижым (например Ленинград гѣц Москвашкыла кемѣшѣм) положителнѣ манына, вес направленижым (Москва гѣц Ленинградшкыла кемѣшѣм) отрицателнѣ манына; седѣндон положителнѣ направленижым положителнѣ расстояниѣ манаш тѣнгѣлѣнѣ, отрицателнѣ направленижым отрицателнѣ расстояниѣ. Положителнѣ расстояниѣ + (плюс) знакан числадом ѣль знактеок анжыкташ тѣнгѣлѣнѣ, отрицателнѣ расстояниѣ — (минус) знакан числадон анжыкташ тѣнгѣлѣнѣ.

Бологое станци гѣц Москвашкыла кемѣ велнѣ 100 км вѣрѣшты поезд ылеш гѣнь, Бологое гѣц поезд якте +100 км (ѣль просто 100 км); Бологое станци гѣц Ленинградшкыла кемѣ велнѣ 50 км вѣрѣшты поезд ылеш гѣнь, Бологое гѣц поезд якте —50 км манына. Тишты + дон — знак сложени дон лыкмы действом ак анжыктеп, нинѣ направлениѣм анжыктышы знаквлѣ ылыт.

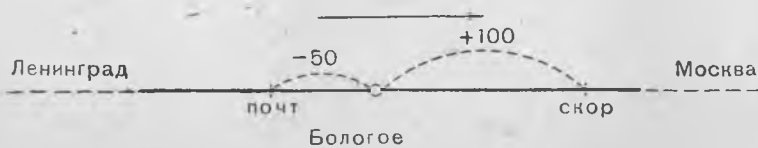
Задачнам ѣнде тенге сиренѣ: Октябрьскѣ кѣртни корныштыш скорѣй поезд Бологое гѣц +100 км (ѣль 100 км) вѣрѣшты ылмы годым, почтовѣй поезд Бологое гѣц —50 км вѣрѣшты ылын. Ти кок поезд лошты тѣнѣм махань расстояниѣ ылын? Задачнам ѣнде, точно келесѣмѣ, ответѣт ѣнде определеннѣ лиэш (1 черг. анжы, ти чертежышты положителнѣ направлениѣм стрелкадон анжыктымы); кок поезд лоштыш расстояниѣ 100+50, вес статья келесенжѣ 150 км ылын.

**12. Кок противоположнѣ смыслдон ынгылаш лимѣ мол величинавлѣ.** Тишкевек якте решѣмѣ задачивлѣш анжыктымы величинавлѣ гѣц пасна, мол шуку величинамат кок противоположнѣ смыслдон анжаш лиэш. Например, техень величинавлѣ:

доход	противополжнѣ	смыслдон	расход	лиэш
выигрыш	"	"	проигрыш	"
прибыль	"	"	убыток	"
имущество	"	"	долг	"



Доходом, выигрышым, прибылым, имуществом да молымат положительный величинавлә манаш тӱнгәлӱнә да ти величинавләм + значан числадон (әль знактеок) анжыкташ тӱнгәлӱнә гӱнь, расходом, проигрышым, убытокым, долгым да молымат ти йиш величинашок да отрицательныеш шотлаш тӱнгәлӱнә, ти величинавләм — значан числадон анжыкташ тӱнгәлӱнә; тӱнәм расход отрицательный доход, проигрыш отрицательный выигрыш манаш лиэш. Тенге манаш тӱнгәлмӱкӱ, например, тенге келесӱмвләат понятный лит: жилищный товарищество квартирвлә тәреш доходым плучаен: январьын +200 тӱнгәм, февральын +150 тӱнгәм, мартын — 50 тӱнгәм (значит, мартын 50 тӱнгә убыток лин); әль тенге: кого ӱзәмӱн имуществовыжы 500 тӱнгәаш ылын, кӱдәләш ӱзәмӱн 300 тӱнгәаш, изи ӱзәмӱн — 500 тӱнгәаш (значит, изи ӱзәмӱн долгыжы 500 тӱнгә ылын).



Ти ажыктымы величинавлә гӱц пасна „направленивләм“ анжыкташ литӱмӱ величинавлә улы; например, объемом, площадьюым да эче вес величинавләмәт кок противоположный смыслдон ынгылаш акли.

**13. Относительный числавлә.** Арифметикышты тыменьмӱ числавлә направлением анжыдымы величинавләм веле обозначаят (например, иктә-махань расстоянин размержым веле, кыды векӱлә ылыш направлением агыл). Алгебрышты анжымы числавлә величинавлән размерыштым да направлеништым анжыктат. Седӱндон ик смыслдон ынгылымы величинам + значан числадон анжыктат, вес смыслдон ынгылымы тӱ величинамок — значан числадон анжыктат.

Плюс (+) значан числам (ти знаком ат сирӱ гӱнят лиэш) *положительный* маныт; минус (—) значан числам *отрицательный* маныт. Тенге,  $+10$ ,  $+\frac{1}{2}$ ,  $+0,3$  положительный числавлә ылыт, а  $-8$ ,  $-\frac{5}{7}$ ,  $-3,25$  отрицательный числавлә. Числалаок эче 0-м (нулым) сирәт, нулым ни положительныеш, ни отрицательныеш ак сиреп.  $+0$ ,  $-0$  да  $0$  выраженивлә равносильнывлә ылыт.

Положительный, отрицательный да нуль числавләм *относительный* числавлә маныт, тенге манмаш нинӱм обыкновенный (әль арифметический) числавлә гӱц айыра, нинӱвләжӱн анзылнышты нимахань знакат уке.

Знактеок нәлмӱ относительный числам относительный числан *абсолютный величинажы* маныт; например,  $-10$  числан абсолют-

ный величинажы 10 ылеш,  $+5$  числан абсолютный величинажы 5 ылеш.

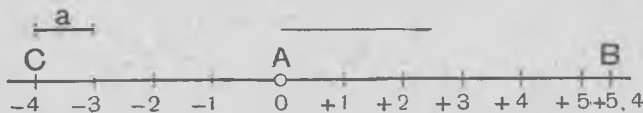
Кок относительный числан абсолютный величинашты да знакышты икань ылыт гынь, тыхень кок относительный числам *равнывлд* маныт.

**14. Числовой осеш числам анжыктымаш.** Иктд-махань прямой линин кок вел гыцат ограничивайымы частьшым прямойын пйчкыкшы (отрезок) маныт (2 черт.), например, нлмб пйчкыкннн ик велжы *A* точкадон, вес велжы *B* точкадон ограничивайымы ылеш. Каждый пйчкыкыштй теве мам ужаш лиэш: кытшым да направленижым. Пйчкыкын кок направлени лин кердеш. Например, ма нлмбнн пйчкыкыштй аль *A* точка дорц *B* точка докыла ылышы направленим нллш лиэш аль *B* точка дорц *A* точка докыла ылышы направленим. Нлмб пйчкыкннн *A* дорц *B* докыла анжаш тынгалынн гынь, *A* точкам пйчкыкын тынгалтышыжы манаш тынгалынн, *B* точкам — пйчкыкын мычашыжы.



2 черт.

Техень пйчкыквлдон ма относительный числавлам тенге анжыкташ тынгалынн. Иктд-махань прямойым (например горизонтальныйым) нлбннн да ти прямойын ик направленижым положительный манаш тынгалынн (3 черт.). Например, шалахай вецын вургымла векылд ылышы направленим (стрелкадон анжыктымы) положительный манына гынь, тдблннн противоположный направленим — вургымла вецын шалахай векылд ылышы направленим — отрицательный манаш тынгалынн. Варажы, иктд-махань *a* пйчкыкым (чертежышты анжыктымы) кыт единицеш нлбннн. Бнде положительный иктд-махань числа, например  $+5,4$ , пумы лижы. Прямоешнн произвольный *A* точкам нлбннн да тидым пйчкыквлнн тынгалтышыштй манына; ти точка дорц вургымла векылд *a* кыташ  $5,4$  кыташ единицывлам нлбннн. Тыннн *AB* пйчкыкым плучаенн, тидын кытшы  $5,4$  единица ылеш да направленижат положительный. Ти пйчкыкын *B* мычашыжы  $+5,4$  числам яжонок анжыкта. Бнде отрицательный числам нлбннн, например  $-4$ . Ти числам яжонок анжыкташ манын, *A* точ-



3 черт.

ка гыц шалахай векылд 4 кыташ единицым нлбннн. Тыннн *AC* пйчкыкым плучаенн, тидын кытшы 4 единица ылеш, направленижы отрицательный; ти пйчкыкын *C* мычашыжы  $-4$  числам анжыкта.

Цилд относительный числавлам ик прямой линиеш, пйчкыквлнн тынгалтышеш нлмб *A* точка гыц тынгалынн, пиштен мимб пйч-

кыквлән мычашвләэш шанаш лиэш. Тыйнам  $A$  гыц вургымла велнй ылшы частьшыты положительный числавлә лит,  $A$  гыц шалахай велнйш частьшыты отрицательный числавлә лит. Ти прямоеш нуль вәреш  $A$  точкам шындймы. Техень прямойым шыренжок *числовой прямой*, аль *числовой ось* маныт.

+ знәкан числам анжыктышы пйчкыквлән направлени,— знакан числавләм анжыктышы пйчкыквлән направленилән противоположный ылешәт, ти знаквләм ышкымыштымәт *противоположный* знаквлә маныт. Керек-махань кок числамок, например,  $+3$  дә  $-3$ ,  $+\frac{1}{2}$  дә  $-\frac{1}{2}$  дә молымат, нинйн знакышты противоположный дә абсолютный величинашты иканьвлә ылыт гынь, *противоположный числавлә* маныт.

*Относительный числавләдон* махань-шон действивләм кыцелән ыштәт, ынде тйдым анжалына.

## II. Относительный числавләм сложымаш.

**15. Задача.** Кооперативный товарищество январьын  $a$  тәнтәм дә февральын  $b$  тәнгә прибылым плучаен. Товарищество кок тйлзйшты маняр тәнгә прибылым плучаен?

Ти задачым рещәш формулым сиренә. Кок тйлзәш прибылыжы тйлзй ййде плучайымы прибылын сумма нәрй лиэш. Кычәлмынә суммым  $x$ -дон обозначенә дә формулым плучаенә:

$$x = a + b.$$

Кооператившы ик тйлзйшты аль кок тйлзйштыжәт вәк прибылым агыл, убытокым плучаен кердеш. Техень случайыштат ти формулым применяш лижы манын,  $a$  дон  $b$  буквам относительный числавләэш, вес статян келесенжы положительныеш аль отрицательныеш, кынам кыце, тйлзй гачышты прибыль аль убыток ылмы анжен, шотлымла. Тенге гынь, мә относительный числавләм сложен мыштышашлык ылына.

**16. Кок числам сложымаш.** Относительный числавләм сложымы кок частный случайым разбираен ләктйнә.

а) Кок противоположный числан сумма нуль лиэш. Тенге:

$$(+5) + (-5) = 0; (-3) + (+3) = 0; (+4,7) + (-4,7) = 0.$$

Вообще:

$$(+a) + (-a) = 0.$$

Лачокшымок йә, кооператив ик тйлзйшты прибылым, вес тйлзйшты тйнарймок убытокым плучаен ылгецй, ни прибыль, ни убыток ак ли ылын.

Поезд станци гыц ик векйлә 5 км кеә дә вара мйнгешлә 5 км кеә гынь, тй поезд станци дорц воксеок кете лиэш.

б) Иктә-махань числашкы нульым привайымаш әль нульышкы иктә-махань числам привайымаш, тй числам вашталтыдеок кодымаш лиэш. Тенге:

$$\begin{aligned} (+75) + 0 &= +75; & (-75) + 0 &= -75; \\ 0 + (+3,5) &= +3,5; & 0 + (-3,5) &= -3,5. \end{aligned}$$

Вообще:

$$(+a) + 0 = +a; \quad (-a) + 0 = -a.$$

Лачокшымок йә, кооператив пйтәриш тйльзын 75 тәнгә прибыльым әль убытокым плучаен, вес тйльзын ни прибыльым, ни убытокым плучайыде ылгецй, результатешйжй кооперативын пйтәриш тйльзын плучайымы тй прибыльжы әль тй убытокшы веле кодеш ылын.

Йнде тидй гйц анзылныш параграфыштыш задачыш мә ванженә. Тй задачым рещәш мә техень обций формулым сиреннә:

$$x = a + b.$$

$a$  дон  $b$  буквавләм пумы числавләдон вашталтымы годым лишй случайвләм анжен ләктйнә.

1-й случай. *Каждый тйльзын прибыльым плучайымы.* Например, пйтәриш тйльзын 200 тәнгә прибыльым плучайымы, вараш тйльзын 150 тәнгәм.

Ти случайышты  $a = +200$ ;  $b = +150$ . Тенге гйнь:

$$x = (+200) + (+150) = +350,$$

вес статьян келесенжй кооператив кок тйльзышты 350 тәнгә прибыльым плучаен.

2-й случай. *Каждый тйльзын убытокым плучайымы.* Например, пйтәриш тйльзын 200 тәнгә убытокым плучайымы, вараш тйльзын 150 тәнгәм.

Ти случайышты  $a = -200$ ;  $b = -150$ . Тенге гйнь,

$$x = (-200) + (-150) = -350,$$

вес статьян келесенжй кооператив кок тйльзышты 350 тәнгә убытокым плучаен.

Ти примервлә гйц техень выводым йштәш лиэш:

Икань знакан кок числам сложымы годым, нинйн абсолютный величинаштым сложаш дә тй знакымок шйндәш келеш.

3-й случай. *Ик тйльзынжй прибыльым плучайымы, вес тйльзынжй убытокым, прибыльжым убыток гйц шукым плучайымы.* Например, пйтәриш тйльзын 200 тәнгә прибыльым плучайымы, вараш тйльзын 150 тәнгә убытокым.

Ти случайышты:  $a = +200$ ;  $b = -150$ . Кооператив кок тйльзышты циләжй 50 тәнгә прибыльым веле плучаен, вес статьян келесенжй

$$x = (+200) + (-150) = +50.$$

4-й случай. *Ик тйльзын прибыльым плучайымы, вес тйльзын убытокым, прибыльжым убыток гйц чйдйм плучайымы.*

Например, пѣтѣриш тѣлзѣн 200 тѣнгѣ убытокым плучайымы, варап тѣлзѣн 150 тѣнгѣ прибылым.

Ти случайшты:  $a = -200$ ;  $b = +150$ . Кооператив кок тѣлзѣштѣ 50 тѣнгѣ убытокым плучаен, вес статья келесенжѣ

$$x = (-200) + (+150) = -50.$$

Остатка кок пример гѣц техень выводым ѣштѣш лиэш:

Кок статья знакѣн кок числам сложымы годым, ти числавлѣн абсолютный величинавлѣштѣн разностьым моаш дѣ кыды числам абсолютный величинажы кого, тѣ числам знакшым разность анзылан шѣндѣш келеш.

Положительный числа анзылныш  $+$  знаком карангдымыкы, кѣшѣн сирѣмѣ равенствывлѣм мытыкракын сирен кердѣнѣ:

$$200 + (-150) = 50; \quad -200 + 150 = -50.$$

**17. Сложени правилын вес выраженижы.** Тишкевек якте ажыктымы сложенин кок правилым вес кок правилыдон вашталташ лиэш, ти правилывлѣм применяймашыжы пиш удобный ылеш:

а) Положительный числам привайымы годым, тѣ числам абсолютный величинажым приваяш келеш. Тенге:

$$(+7) + (+3) = +10 \quad \text{дѣ} \quad (+7) + 3 = 7 + 3 = 10;$$

$$(-7) + (+3) = -4 \quad \text{дѣ} \quad (-7) + 3 = -7 + 3 = -4.$$

б) Отрицательный числам привайымы годым, тѣ числам абсолютный величинажым лыкташ келеш. Тенге:

$$(+7) + (-10) = -3 \quad \text{дѣ} \quad (+7) - 10 = 7 - 10 = -3;$$

$$(-7) + (-10) = -17 \quad \text{дѣ} \quad (-7) - 10 = -7 - 10 = -17.$$

Ти кок правилым техень кок статья знакѣн формулывлѣдон кѣтѣкѣн сирен анжыкташ лиэш:

$$+(+a) = +a; \quad +(-a) = -a.$$

**18. Кым числам дѣ кымыт гѣц шукуы числам сложымаш.** Пѣтѣри анзылныш кок слагаемыйын суммым мот, вара тѣдѣ вѣкѣ кымышы слагаемыйым приваят дѣ пакулаат тенгеок приваен миѣт. Например, техень слагаемыйвлѣн суммым моаш келеш:

$$(+8) + (-5) + (-4) + (+3),$$

тидѣм кѣтѣкѣн тенге сирѣш лиэш:

$$8 + (-5) + (-4) + 3.$$

Сложеним техень порядокдон ѣштѣнѣ:

$$8 + (-5) = 3; \quad 3 + (-4) = -1; \quad (-1) + 3 = 2.$$

Сложением техень порядокдон веле агыл, вес порядокдонат ёштэш лиэш. Слагаемыйвлэм вес вэрйшкэт шёндэш лиэш дэ маханьшон группышкэт пижыктэш лиэш (тидём ма 25 §-шты ужына).

### Упражненивлэ.

18.  $(+7) + (+3)$ ;  $(-7) + (-3)$ ;  $(+\frac{1}{2}) + (+2\frac{1}{2})$ .  
 19.  $(-\frac{1}{2}) + (-2\frac{1}{2})$ ;  $(+10) + (-2)$ ;  $(+10) + (-12)$ .  
 20.  $(-5) + (+5)$ ;  $(-5) + (+2)$ ;  $4 + (-3)$ .  
 21.  $(-4) + 3$ ;  $8 + (-10)$ ;  $(-8) + 10$ .  
 22.  $(+8) + (-5) + (-3) + (+2)$ .  
 23.  $(-7) + (-3) + (-1) + (+11)$ .

### III. Относительный числавлэм лыкмаш.

**19. Задача.** 2 тёлзёштё январь дон февральын фабрикин прибыльжы  $a$  тэнгэ лин. Январь тёлзёйн фабрика  $b$  тэнгэ прибылым пуэн ылын гёнь, февраль тёлзёйн маняр тэнгэ прибыль ылын?

Кок тёлзёаш прибыль каждый тёлзёйн пасна плучайымы прибыльвлэн сумма ылеш; прибылым тиштё положительный числадонат, отрицательный числадонат (убытокым) анжыктымы лин кердеш.

Седёндон февраль тёлзёаш прибыль положительный аль отрицательный числа лишашлык. Ти числам относительный числавлэм сложымы правыдон январь тёлзёаш прибыльдон сложымыкы, кок тёлзёаш прибылын сумма лиэш. Тенге гёнь, мэмнэн задачыштына  $a$  суммым дэ  $b$  слагаемыйым пумы, вес слагаемыйжым пумы агыл.

*Пумы кок слагаемыйын суммыдон дэ ик слагаемыйдон вес слагаемыйым момы действом лыкмаш манят, пумы числавлэжы хыть арифметическийвлэ лиштё, хыть относительныйвлэ лиштё, соикток; техень годым пумы суммым уменьшаемый манят, слагаемыйжым — вычитаемый, кёчёлмё числажым — разность. Тишец тенге лэктеш: лыкмаш правильный ылмым ма сложенидон проверяен кердынэ: кёчёлмёна разностьым мона дэ тёдён вёккё вычитаемыйым приваенэ; суммышты уменьшаемый плучаялтеш гёнь, лыкмаш правильный ылеш.*

**20. Разностьым аль кок слагаемыйышты ик слагаемыйжым момаш.** Задачыштына кёчёлмё разностьым  $x$ -дон обозначаенэят, ма тенге сирен кердынэ:

$$x = a - b.$$

$a - b$  разностьын величинажым техень частный случайвлэштё мона:

а) Пусть  $a = +1000$ ;  $b = +400$  лижы. Тидё теве мам анжыкта: фабрика февральын 400 тэнгэ прибылым пуэн, цилэжы кок тёл-

зйштй 1000 тйнгй прибулым плуцайымы; тенге гйнь февралын-  
ат 600 тйгй прибулым плуцайымы ылын. Значит;

$$x = (+1000) - (+400) = +600,$$

йль протанжы тенге сирен анжыкташ лиэш:

$$x = 1000 - 400 = 600.$$

Результатшым сложенидон проверенй:

$$(+600) + (+400) = +1000.$$

б) Пусть  $a = +1000$  дй  $b = +1000$  лижй. Тидй тебе мам ан-  
жыкта: фабрика январын 1000 тйнгй прибулым пуэн дй кок  
тйлзйштй тйнар прибулок кодын. Тенге гйнь, февралын фаб-  
рикишты ни прибуль, ни убыток лите. Значит:

$$x = (+1000) - (+1000) = 0.$$

Сложенидон проверенй:

$$(+1000) + 0 = +1000.$$

Лыкмашым правильно йштймй. Тенге йштенок пакулаат  
мона:

$$(-1000) - (-1000) = 0.$$

в)  $a = +1000$ ;  $b = +1200$ . Тидй тебе мам анжыкта: фабрика  
январын 1200 тйнгй прибулым пуэн, кок тйлзйштй прибульжы  
цилйжй 1000 тйнгй лин. Январский прибулын 200 тйнгйжй  
февральский убытокым леведмйшкй кен. Тишец тенге лйктеш:

$$x = (+1000) - (+1200) = -200,$$

йль протанжы:

$$x = 1000 - 1200 = -200.$$

Сложенидон проверенй:

$$(-200) + (1200) = +1000.$$

г)  $a = +1000$ ;  $b = -200$ . Тидй тебе мам анжыкта: фабрика  
январын 200 тйнгй убытокым пуэн гйнят, кок тйлзйштй 1000  
тйнгй прибуль плуцайтын. Февралын 1200 тйнгй прибулым  
плуцайымы ылын дй январаш 200 тйнгй убытокымат тидй леве-  
дйн. Тишецйн тенге лйктеш:

$$x = (+1000) - (-200) = +1200, \text{ йль}$$

$$x = 1000 - (-200) = 1200.$$

Тидй сложенидон проверенй:

$$(+1200) + (-200) = +1000.$$

д)  $a = +100$ ;  $b = +800$ . Тидй тебе мам анжыкта: январь  
800 тйнгй прибулым пуэн, кок тйлзйштй цилйжй 100 тйнгй

убыток лин. Тенге гынь, февральын убытоком плучайымы ылын, ти убыток январьыштыш прибльымат 800 тэнгәм ямден дә эче 100 тэнгә убыток кодын, вес статья келесенжы февраль тылзышты цилажы 900 тэнгә убыток ылын. Тишец тенге лактеш:

$$x = (-100) - (+800) = -900, \text{ аль} \\ x = -100 - 800 = -900.$$

Сложенидон проверяенә:

$$(-900) + (+800) = -100.$$

е)  $a = -100$ ;  $b = -150$ , вес статья келесенжы январьын 150 тэнгә убыток ылын, кок тылзаш убытокшы цилажы 100 тэнгә ылын. Значит, январьыштыш убыток частышым 50 тэнгәм февральыштыш тивәр тэнгә прибльок леведын. Тишец тенге лактеш:

$$x = (-100) - (-150) = +50.$$

Тидым сложенидон проверяенә:

$$50 + (-150) = -100.$$

**21. Лыкмы правило.** Анжымна параграфыштыш примервләм анжен, тебе мам цақлен кердынә: анжымна каждый случайшток пумы числа лыкмашым ты числа лан противоположный числам привайымашдон вашталтен кердынә ылын.

Например, а) случайым нәлын анженә:

$$(+1000) - (+400) = +600.$$

+400 числам лыкмы вәреш, ти числалан противоположный ылышы числам приваенә:

$$(+1000) + (-400) = +600.$$

Ты результатымок плуцаенә.

Весым г) случайым нәлынә:

$$(+1000) - (-200) = +1200.$$

Лыкмашым противоположный числам привайымашдон вашталтенә:

$$(+1000) + (+200) = +1200.$$

Результат тыдок лин.

Остаткаш, эче весым д) случайым нәлынә:

$$(-100) - (+800) = -900.$$

Тидәт тенгеләок:

$$(-100) + (-800) = -900.$$

Мол случайвләжымәт тенгеок анжыкташ лиэш.

Тенге гынь, цилә случайшток пумы числа лыкмашым вычитаемыйлан противоположный ылышы числам уменьшаемый вәкы привайымдон вашталтен кердынә. Вес шамаквләдон келесымкы тенге лиэш: лыкмы действием сложени действидон вашталтен кердынә, тидым йштен мә мыштенә. Тишец техень правило лактеш:



Иктә-махань числам лыкмы годым, уменьшаемый вѣкы вычитаемыйлан противоположный ылшы числам приваяш келеш.

**22. Кок знакан формулывлә.** Пумы правило статян гѣнь,  $+a$  положительный числа лыкмашым  $-a$  отрицательный числам привайымдон вашталташ лиэш,  $-a$  отрицательный числа лыкмашым  $+a$  положительный числам привайымдон вашталташ лиэш; тидѣм техень кок знакан формулывләдон вашталташ лиэш:

$$-(+a) = -a; -(-a) = +a.$$

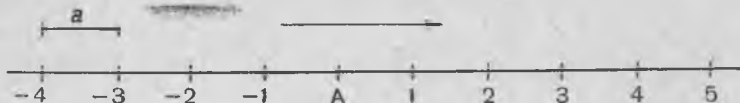
**23. Алгебраический сумма дә разность.** Относительный числавләдон керек-махань разностьымок суммала анжыкташ лиэш, керек-махань суммынок разностьла анжыкташ лиэш. Например  $7 - 3$  разностьым тенге сирәш лиэш:  $(+7) + (-3)$ , әль простанжы:  $7 + (-3)$ ;  $4 + 2$  суммым тенге сирәш лиэш:  $(+4) - (-2)$ , әль простанжы:  $4 - (-2)$ .

Пачелә-пачелә сложыман дон лыкман керек махань выраженимок суммала сирен анжыкташ лиэш. Например:

$$20 - 5 + 3 - 7 = 20 + (-5) + 3 + (-7).$$

Седѣндон алгебрышты относительный числавләм сложымы дон лыкмы цилә случайынок ик дейвишкы пижыктәш лиэш, ти дейвием *алгебраический сложени* манят.

Суммышты слагаемыйвлә положительный, орицательный дә нуль дон равный числавлә лин кердѣт, техень суммым *алгебраический сумма* манят; арифметический суммыштыжы цилә слагаемыйынок обыкновенный (арифметический) числавлә манят. Разностьышты уменьшаемый дон вычитаемый относительный числавлә ылыт гѣнь, тѣ разностьым *алгебраический* манят.



4 черт.

**24. Относительный числавләм величинаштыдон сравнивайымаш.** 7 гѣц 10 кого манын попомаш теве мам анжыкта:  $10 - 7$  разность положительный числа ылеш,  $7 - 10$  разностьшы отрицательный числа ылеш. Коговлә дә изивлә гишән ынгылдарымашым относительный числавләшкәт вашташ тѣнгәлѣнә, лѣймѣнжок тенге манына:  $a - b$  разность положительный числа ылмы годым, относительный  $a$  числа относительный  $b$  числа гѣц кого ылеш,  $a - b$  разность отрицательный числа ылмы годым,  $b$  гѣц  $a$  изи лиэш. Ти услови годым мә теве мам пәлѣшәшлык ылына:

1. Керек-махань положительный числоок нуль гѣц кого ылеш дә керек-махань отрицательный числа гѣцәт кого; например,  $8 - 0$  дә  $8 - (-10)$  разностьвлә коктынәт положительный числавлә ылыт, седѣндон  $8 > 0$  дә  $8 > -10$ .

2. Керек-махань отрицательный числаок нуль гыц изи ылеш да керек-махань положительный числа гыцок изи; например,  $-5 - 0$  да  $-5 - (+2)$  разностьвлә отрицательный числа ылыт, седьндон  $-5 < 0$  да  $-5 < +2$ .

3. Кок отрицательный числашты тьдыжы кого, кыды числажын абсолютный величинажы изи; тенге, разность  $-5 - (-12)$  положительный числа  $+7$  нәрйи лиэш, седьндон  $-5 > -12$ .

Относительный числавләм величинаштыдон сравнивайымашым ажон ынгылаш лижы манын, ти числавләм числовой осеш анжыкташ лучи лиэш.  $a$  кыташ единицым нәлбн (4 черт.), кужы прямой линиэш, иктә-махань  $A$  точка гыц тьнгәлбн вургымла векьлә положительный числавләм анжыктышы пьчкьквләм пиштен мимы ылеш, ти точка гыц шалахай векьләжы отрицательный числавләм анжыктышы пьчкьквләм пиштен мимы. Тьнам прямой лини мычки шалахай гыц вургымлашкыла кемы годым, ма изи числа гыц кого числашкы ванжаш тьнгәлбнә, мьнгешлә кемы годым, вургымла гыц шалахайшыкыла кого числа гыц изи числашкы ванжаш тьнгәлбнә. Вес шамаквләдон келесымькы тенге лиэш: числовой осьштыш кок числашты вургымла велижы числажы кого ылеш. Относительный числавләм величинаштыдон сравнивайымаш гишән токо веле келесымы кым положенин тьр ылмашым осеш проверяш куштылгы.

Замечани.  $a$  положительный числа ылмым анжыктынешты гынь, тенге сирәт:  $a > 0$ ;  $a$  отрицательный числа ылмым анжыктынешты гынь, тенге сирәт:  $a < 0$ .

### Упражненивлә.

24. Товарым  $a$  тәнгәш нәлмы,  $b$  тәнгәш выжалымы. Маняр тәнгә прибльым плуайымы?  $a = 40$  да  $b = 35$  гынь, ти прибльым шотаен лыкташ келеш. Отрицательный ответ тишты мам анжыкта?

25. Ик эдем тьлзы йьде  $m$  тәнгә доходым плучая,  $n$  тәнгәм шавә. Тьлзы йьде тидьн маняр тәнгә кодеш?  $m = 120$ ,  $n = 130$  гынь, ответшым пәләш келеш. Отрицательный ответ тишты мам анжыкта?

Ти примервләшты анжыктымы действивләм бьштыдә:

26.  $12 - (-2)$ ;  $5 - (-5)$ ;  $(+8) - (-10)$ ;  $(+1) - (-1)$ .

27.  $a - (-b)$ ;  $(+m) - (-n)$ ;  $(+2x) - (-3x)$ .

28.  $10 + (+2) - (-4) - (+2) + (-2)$ .

29.  $a + b + c + d$  суммым шотаен лыкташ келеш. Тишты

$$a = 2, \quad b = -3, \quad c = -\frac{1}{2}, \quad d = -\frac{1}{4}.$$

30.  $m - n$  разностьым шотаен лыкташ келеш. Тишты  $m = -10$ ,  $n = -15$ .

31.  $10 - 2 - 3 + 7$  выражением относительный числавлән суммыла сирен анжыкташ келеш.

32.  $10 + 8$  суммым относительный числавлән разностьла сирен анжыкташ келеш.

### IV. Относительный числавләм сложымаш да лыкмасш главный свойствывлә.

25. Арифметический числавләлән анжыктымы (6, 7 §) сложымашын да лыкмасшын свойствывләшты относительный числавләләнәт ярал ылмыштым примервләм решымәшты ужна.

а) Переместительный закон: **слагаемыйвлән вәрйштӱм вашталтымашеш сумма ак вашталт.** Например:

$$\begin{aligned} (+20) + (-5) &= +15 \text{ дӱ } (-5) + (+20) = +15; \\ (-10) + (-2) + (+40) &= +28; \\ (+40) + (-10) + (-2) &= +28; \\ (-2) + (+40) + (-10) &= +28. \end{aligned}$$

б) Сочетательный закон: **иктӱ-махань слагаемыйвлӱм нинӱн суммыштыдон вашталтымашеш сумма ак вашталт.**  
Тидӱн суммым

$$(-4) + (+3) + (-1) + (+5) = +3$$

кӱчӱлмӱ годым, иктӱ-махань слагаемыйвлӱм, например кокшым дӱ кымшым нинӱн суммыштыдон вашталтенӱ, пӱтӱри ти суммышым мона:  $(+3) + (-1) = +2$ ; тӱнӱм мӱмнӱн:  $(-4) + (+2) + (+5) = +3$  лиӱш, вес статян келесенжӱ перви плучайымы суммок плучаялтеш.

в) **Иктӱ-махань числашкы таманяр слагаемыйн суммым привайымы годым, ти числашкы каждый слагаемыйым пасна приваен миӱш лиӱш.**

Пусть, например, 40 вӱкӱ  $20 + (-5) + (+7)$  суммым приваяш келеш, тидӱм тенге анжыкташ лиӱш:

$$40 + [20 + (-5) + (+7)].$$

Пӱтӱри мӱ приваяш керӱл суммым шотаен кердӱнӱ:

$$20 + (-5) = 20 - 5 = 15; \quad 15 + (+7) = 15 + 7 = 22$$

дӱ плучаялтшы числам  $+22$ -м 40 вӱкӱ приваенӱ:

$$40 + (+22) = 62.$$

Тенге ӱштӱмӱ вӱреш мӱ 40 вӱкӱ пӱтӱри пӱтӱриш слагаемыйым  $20$ -м приваен кердӱнӱ, вара кокшы слагаемыйым  $-5$ -м дӱ остаткаӱшжӱ, кымшы слагаемыйым  $+7$ :

$$40 + 20 = 60; \quad 60 + (-5) = 55; \quad 55 + (+7) = 62.$$

Тиштӱт тӱ суммынок плучаенӱ.

г) **Иктӱ-махань числа гӱц таманяр слагаемыйн суммым лыкмы годым, ти числа гӱц каждый слагаемыйым пасна лыктын миӱш лиӱш.**

Например, мӱлӱннӱ 20 гӱц  $10 + (-4) + (-3)$  суммым лыкташ келеш, тидӱм тенге сирен анжыкташ лиӱш:

$$20 - [10 + (-4) + (-3)].$$

Пӱтӱри мӱ лыкшашлык суммым шотаенӱ:

$$10 + (-4) = 10 - 4 = 6; \quad 6 + (-3) = 6 - 3 = 3,$$

дӱ плучаялтшы суммым 20 гӱц лыктына:

$$20 - 3 = 17.$$

Тенге ыштѳмѳ вѳреш мѳ 20 гѳц пѳтѳриш слагаемѳым 10-м пѳтѳри лыктына, вара кокшы слагаемѳым — 4-м дѳ, остаткашѳы-жѳ, кымшы слагаемѳым — 3 лыкташ лиѳш:

$$20 - 10 = 10; \quad 10 - (-4) = 10 + 4 = 14; \\ 14 - (-3) = 14 + 3 = 17.$$

Мѳ перви плучайымна числамок плучаеннѳ.

Сложенин дѳ лыкмын мол свойствывлѳштѳт относительный числавлѳлѳн ярал ылмым тенгеок анжыкташ лиѳш.

## V. Относительный числавлѳм умножымаш.

**26. Задача.** Октябрьский кѳртни корныдон кешѳѳ поезд ик цѳшѳштѳ  $v$  километр скоростьюн кеѳ<sup>1)</sup>. Поезд кечѳвѳлѳн Бологое станцишкы шон.  $t$  цѳшѳштѳ поезд кышты лиѳш?

Ти задачым решѳш формулым ыштен лыктына. Ик цѳшѳштѳ поезд  $v$  километрым кеѳ гѳнь,  $t$  цѳшѳштѳ ти поезд  $t$  гѳнѳ большы расстоянием кеѳ. Значит, кѳчѳлмѳ  $x$  расстояни  $v$ -м  $t$ -еш умножымы нѳрѳ лиѳш:

$$x = vt.$$

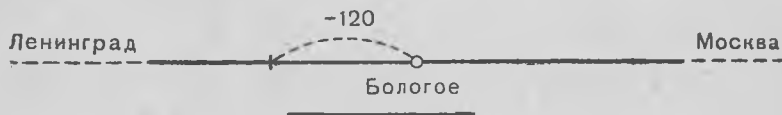
Например,  $v = 40$  дѳ  $t = 3$  ылеш гѳнь, поезд Бологое станци гѳц  $40 \cdot 3 = 120$  км расстояништы ылеш.

Ти решѳмѳш задачиштыш вопросеш точный ответым эче ак пу. Мѳ тиштѳ ти 120 километрым кыды векѳлѳ нѳлмѳлѳ ана пѳлѳ, тѳ Москва векѳлѳ, тѳ Ленинград векѳлѳ. Относительный числавлѳм пыртымыкына, мѳ ти вопросеш точный ответым пуэн кердѳнѳ.

Ленинград гѳц Москвашкыла кемѳшѳм положительныеш шотаяш тѳнгѳлѳнѳ. Тѳнѳм Бологое гѳц Москвашкыла кемѳ расстояни положительный лиѳш, Ленинградышкыла кемѳшѳжѳ — отрицательный. Поезд Москвашкыла кеѳ гѳнь, поездын ик цѳшѳштѳ кемѳ ресстояни положительный лиѳш, Ленинградышкыла кеѳ гѳнь, отрицательный лиѳш.

Задачиштыш вопросеш ѳнде мѳ точныйрак ответым пуэн кердѳнѳ.

Поезд Москвашкыла кен гѳнь, значит, тидѳн скоростьюн ик цѳшѳштѳ  $+40$  км ылын, дѳ 3 цѳшѳштѳ Бологое станци гѳц



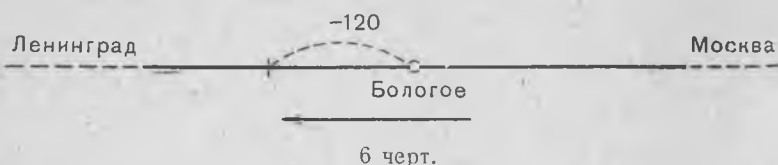
5 черт.

$x = (+40) \cdot 3 = +120$  км расстояништы тидѳ лиѳш, вес статья келесенжѳ Бологое станци гѳц Москвашкыла 120 км кеѳ (5 черт.).

<sup>1)</sup> Мѳ, шотаяш куштылгы лижѳ манын, поезд ик скоростьюн дѳ станци-влѳш шагалтеок кеѳ манаш тѳнгѳлѳнѳ.

Поезд Ленинградышкыла кен ылын гынь, тидын скоростышы ик цабышты — 40 км ылын, да 3 цабышты Бологое станци гыц  $(-40) + (-40) + (-40) = -120$  км растоянышты тиды лиэш, вес статян келесенжы Бологое станци гыц Ленинградышкыла 120 км кеа (6 черт.). Тишец ма техень заключеним быштен кердына:

$$x = (-40) \cdot 3 = -120.$$



Бнде  $x = vt$  формула маланна задачыштыш вопросеш поезд кышты лиэш манмашеш, точный ответым пуа, только тиды поезд кемы направленидон положительный аль отрицательный значениан лиэш.

Например,  $v = +50$  да  $t = +4$  гынь, ти формулышты тенге лактеш:

$$x = (+50) \cdot (+4) = +200,$$

вес статян келесенжы поезд Бологое гыц Москвашкыла кемы велны 200 км варышты лиэш.

$v = -30$  да  $t = +2$  гынь, тынам:

$$x = (-30) \cdot (+2) = -60,$$

вес статян келесенжы поезд Бологое гыц Ленинградышкыла кемы велны 60 км варышты лиэш.

Арифметика гыц тебе ма палы, цела числаэш умножымаш, тиды ик числам (множимыйым) вес числаштыш (множительыштыш) единицыла нар гана слагаемыйдон налмы действи ылеш. Дробеш умножымаш, тиды множитель единицын махань дробь ылеш, множимыйынымат техень дробьым момы действи ылеш.

Тишец анзыц решимы задача гыц тебе ма каш: множитель положительный числа ылы годым, ти определенила относительный числавлам умножымаштат ярал лит; например, —5-м +3-еш (аль 3-еш) умножымаш, —5-м слагаемый шотеш 3 гана налмы ылеш (—15-м плучаена); 0-м 5-еш умножымаш, 0-м слагаемый шотеш 5 гана налмаш ылеш (0-м плучаена); —12-м +  $\frac{3}{4}$ -еш (аль  $\frac{3}{4}$ -еш) умножымаш, —12-н  $\frac{3}{4}$ -м момаш лиэш (—9-м плучаена).

**27. Отрицательный числаэш умножымаш.** Тишец анзыц решимы задачнам тенге вашталтеня: поезд кечывалын Бологое станцишты ылеш; 3 цап перви ти поезд кышты ылын? Ти задачым решаш манын, поезд кемы скоростым поезд кемы веремаш умножышашлык ылына. Кок задачке ик статян условиан ылыт да икань способдонк решалтыт гынят, ответышты икань ак ли.

Кечйвэл яктешй веремәм нълмйкй, ик ответ лиэш, кечйвэл паштекшй веремәм нълмйкй, вес ответ лиэш.

Мәмнән  $x = vt$  формулына цилә случайышток точный ответым пужы мань, тенгелә йштәш тйнгәлйнә.

Кечйвэл гйц вараш веремәм положительный манаш тйнгәлйнә, кечйвэл яктеш веремәм—отрицательный, тенге йштймй годым махань веремә гишән попымаш лиэш тйдйм анжен,  $t$  числаат положительный әль отрицательный значениән лиэш. Тенге гйнь, кок множительге,  $v$  дә  $t$ , йнде положительный дә отрицательный значениән лин кердйт.

Задачым решймнә годым лин кердшй цилә случайым йнде анжен ләктынә. Ти задачыштына поезд кечйвәлйн Бологое станцишты ылеш дә цәшйштй 40 км скоростьдон кеә маньн шаненә.

1-й случай. Поезд Москвашкыла кеә; 3 цәшйштй ти поезд кышты лиэш?

Ти случайышты скорость положительный:  $v = +40$ ; веремәжәт положительный:  $t = +3$ . Ти случайым мә уже анженнә, дә техень ответым плучаеннә ылы:

$$x = (+40) \cdot (+3) = +120.$$

2-й случай. Поезд Ленинградышкыла кеә; 3 цәшйштй тидй кышты лиэш?

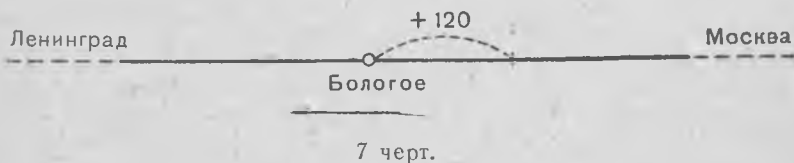
Тиштй скорость отрицательный:  $v = -40$ ; веремә положительный:  $t = +3$ . Ти случайымат мә анженнә ылы. Решймйкй техень ответ плучаялтеш:

$$x = (-40) \cdot (+3) = -120.$$

3-й случай. Поезд Москвашкыла кеә; 3 цәш първи тидй кышты ылын?

Ти случайышты скорость положительный:  $v = 40$ , веремәжй отрицательный:  $t = -3$ .

Тенге гйнь, 3 цәш първи поезд Ленинград дон Бологое лошты ылын, Бологое станци гйцшй 120 км вәрйштй (7 черт.).



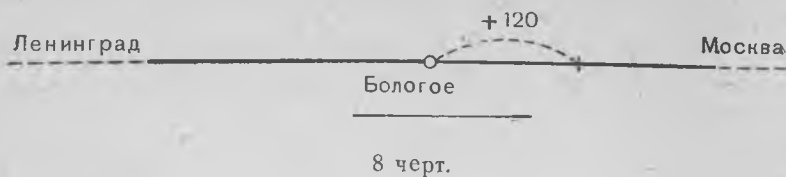
120 км расстояни Бологое станци гйц шалахай велнй ылеш, седйндон тидй отрицательный. Тенге гйнь,

$$x = (+40) \cdot (-3) = -120.$$

4-й случай. Поезд Ленинградышкыла кеә; 3 цәш първи ти поезд кышты ылын?

Тиштй скоростят дә веремәят отрицательныйвлә ылыт:  $v = -40$  дә  $t = -3$ .

Тенге гынь, 3 цаш перви поезд Москва дон Бологое станци лошты, Бологое станци гыц 120 км вэрйштгы ылын (8 черт.).



Бологое гыц Москва яктещы расстояни положительный ылеш, седьндон:

$$x = (-40) \cdot (-3) = +120.$$

**28. Умножени правило.** Тишкевек якте решймгы задачиштына 40 дон 3 вэреш вес числавлам нэлбннэ ылгецат (дробьымат нэлэш лиэш), рассуждениан ходшы ты гишан ак вашталт ылы. Бнде относительный числавлам умножаш общий правилым лыктына.

Умножымы годым ылыш цилэ случайым сирен нэлбннэ дэ лубой числаан случаетш сирен анжыктенэ:

$(+40) \cdot (+3) = +120$	аль вообще:	$(+a) \cdot (+b) = +ab;$
$(-40) \cdot (+3) = -120$	" "	$(-a) \cdot (+b) = -ab;$
$(+40) \cdot (-3) = -120$	" "	$(+a) \cdot (-b) = -ab;$
$(-40) \cdot (-3) = +120$	" "	$(-a) \cdot (-b) = +ab.$

Ти случайвлэм икәнэ-иктйштгьдон төрештәрймкы, теве мам цаклымла:

1. Кок сомножительге икань знакан ылыт гынь, произведени положительный знакан лиэш.
2. Кок сомножительге противоположный знакан ылыт гынь, произведени отрицательный знакан лиэш.
3. Произведени абсолютный величинажы сомножительвлэн абсолютный величинаштын произведени нэрбэ лиэш.

Тишец техень общий правилым плучаетш:

Кок относительный числан произведением момы годым, ти числавлэн абсолютный величинаштым умножаш дэ кок сомножительге икань знакан ылыт гынь, произведени анзылан + знакым шьндэш келеш, противоположный знакан ылыт гынь, произведени анзылан — знакым шьндэш келеш.

Ти правилын знаквлэ гишан келесымгы частышым *знаквлэн правило* маныт. Ти правилым тенге келесэш лиэш: **кок числам умножымы годым, икань знаквлэ ылыт гынь, + лиэш, икань знаквлэ агылеп гынь, — лиэш.**

Ти примервлэм анжен, эче техень правилым келесэш лиэш, ти правило маләннэ пақыла кынамжы керал лиэш: **положительный числаэш умножымы годым, множимыйын знакшы ак вашталт** (вес статян келесенжы произведенин знакшы множимыйын

знакшы ганьок ылеш); **отрицательный числаэш умножымы го-  
дым, множимыйын знакшы противоположный знак лиэш.**

Тидымат келесаш келеш: ик сомножительжы нуль ылеш гынь,  
произведеният нуль лиэш.

**29. Кым числан да кымыт гыц шуку числан произ-  
ведени. Произведенин знакшы.** Например, техень произведе-  
ним шотаен лыкташ келеш:

$$(+2) \cdot (-1) \cdot (+3) \cdot (-10) \cdot (-4) \cdot (-5).$$

Тидым бшташ манын, пйтариш числам кокшы числаэш умно-  
женя, плучаялтыш произведением кымшы числаэш умноженя, тй  
произведением нйлймшй числаэш умноженя да пақылаат тенгеок  
бштен миэня.

$$\begin{aligned} (+2) \cdot (-1) &= -2; & (-2) \cdot (+3) &= -6; & (-6) \cdot (-10) &= +60; \\ (+60) \cdot (-4) &= -240; & (-240) \cdot (-5) &= +1200. \end{aligned}$$

Положительный числавля веле умножалтыт гынь, произведе-  
ни положительный лиэш. Кыды сомножительжы аль цила сом-  
ножительге отрицательный ылмы годем, **отрицательный сомно-  
жительвлан числашты четный гынь, произведени положитель-  
ный лиэш, отрицательный сомножительвлан числашты нечет-  
ный гынь, произведени отрицательный лиэш.** Тенге:

1 отрицательный сомно-  
житель:

2 отрицательный сомно-  
житель:

$$(+2) \cdot (-1) \cdot (+3) = -6; \quad (+2) \cdot (-1) \cdot (+3) \cdot (-10) = +60;$$

3 отрицательный сомножитель:

$$(+2) \cdot (-1) \cdot (+3) \cdot (-10) \cdot (-4) = -240 \text{ да пақылаат тенгеок.}$$

**30. Отрицательный числан степеньжы.** Тишец анзыл-  
ныш параграфыштыш правилым икань сомножительвлам умножы-  
машты применяен анженя, вес статья келесенжй степеньш воз-  
вышайымашты применяеня.

Иктя-махань отрицательный числан квадратшым мона:

$$(-3)^2 = (-3) \cdot (-3) = +9; \quad (-7)^2 = (-7) \cdot (-7) = +49.$$

Вообще:

$$(-a)^2 = (-a) \cdot (-a) = +a^2,$$

вес статья келесенжй **отрицательный числан квадратшы поло-  
жительный числа лиэш.**

Бнде иктя-махань отрицательный числан кубшым мона:

$$\begin{aligned} (-2)^3 &= (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = -8; \\ (-6)^3 &= (-6) \cdot (-6) \cdot (-6) = -216. \end{aligned}$$

Вообще:

$$(-a)^3 = (-a) \cdot (-a) \cdot (-a) = -a^3,$$



вес статья келесенжй отрицательный числан кубшы отрицательный числа лиэш.

Ти случайшты отрицательный множительвлән числа шотышты четный ылеш, седьндон отрицательный числам любой четный степенъш возвышайымыкат, положительный числа плучаялтеш (29 §-м анжы).

Тенге:

$$\begin{aligned} (-3)^4 &= (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = +81; \\ (-2)^6 &= (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = +64 \text{ дӓ па кылаат} \\ &\text{тенгеок.} \end{aligned}$$

Тй причиныдонок отрицательный числан любой нечетный степенъжы гйц соок отрицательный числа плучаялтеш. Тенге:

$$\begin{aligned} (-3)^5 &= (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = -243. \\ (-2)^7 &= (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = -128 \text{ дӓ па} \\ &\text{кылаат тенгеок.} \end{aligned}$$

Тенгелӓ гйнь:

Отрицательный числан четный степенъжы положительный числа лиэш, нечетный степенъжы—отрицательный. Тидьм цахлаш келеш:

$$\begin{aligned} (-1)^3 &= (-1)^4 = (-1)^6 = \dots = +1, \\ (-1)^5 &= (-1)^7 = (-1)^9 = \dots = -1. \end{aligned}$$

### Упражненивлӓ.

33.  $(-2) \cdot (-3)$ ;  $(+7) \cdot (-2)$ ;  $(-8) \cdot (-10)$ .

34.  $\left(-8\frac{1}{2}\right) \cdot \left(+2\frac{3}{4}\right)$ ;  $(+0,36) \cdot \left(-\frac{3}{8}\right) \cdot \left(-\frac{2}{5}\right)$ .

35.  $(-1)^3$ ;  $(-1)^3$ ;  $(-1)^4$ ;  $(-1)^5$ .

36.  $ax^2 + bx + c$  выражением шотайыда. Тиштй  $a=3$ ;  $b=-4$ ,  $c=-5$  дӓ  $x=4$

37. Тй выражениемок шотайыда. Ёнде  $a=-8$ ;  $b=4$ ,  $c=5$  дӓ  $x=4$ .

38.  $4 \cdot 0$ ;  $5\frac{1}{2} \cdot 0$ ;  $0,3 \cdot 0$ ;  $-8\frac{3}{4} \cdot 0$ ;  $0 \cdot x$ .

39.  $\left(-\frac{1}{2}\right) \cdot (+3,5) \cdot (+2) \cdot \left(-\frac{7}{8}\right)$ .

## VI. Относительный числавлӓм пайылымаш.

31. Определени. Кок сомножительын произведенидон дӓ ик сомножительыдон вес сомножительым кычӓлмй действи относительный числам (арифметический числалаок) пайылымаш действи лиэш. Тенге,  $+10$ -м  $-2$ -еш пайылаш, значит,  $x$  числам моаш келеш,  $(-2) \cdot x$  произведени  $+10$  лижй; техень числажы  $-5$  ылеш,  $-5$  числам  $-2$ -еш умножымыкы  $+10$  лиэш.

Т  
ылм  
умно  
мй  
лавл

Т  
И  
годы  
солю  
икан  
келе  
шын  
Т  
прави  
33  
чайв  
лаш  
умно  
лач  
числа  
лин

Зн  
гйнь,  
6)  
напри  
жаш  
женӓ  
(+5):  
техень

Вос  
йылым  
в)  
лят 0

Ти определени гѣц тенге лăктеш: пайылымаш правильный ылмыжым умноженидон проверяяш лиэш: частныйым делителем умножымыкы, делимыйым плучаенă гѣнь, действом верно ыштѣмбѣ ылеш.

**32. Пайылымы правилым лыкмаш.** Относительный числавлăм пайылыман примервлăм анжен лăктѣнă:

$$\begin{aligned} (+10):( +2) &= +5, \text{ потому что } (+2)\cdot(+5) = +10; \\ (-10):(-2) &= +5, \quad \text{ " } \quad \text{ " } \quad (-2)\cdot(+5) = -10; \\ (-10):( +2) &= -5, \quad \text{ " } \quad \text{ " } \quad (+2)\cdot(-5) = -10; \\ (+10):(-2) &= -5, \quad \text{ " } \quad \text{ " } \quad (-2)\cdot(-5) = +10. \end{aligned}$$

Ти примервлă гѣц правилым лыктына:

**Ик числам (делимыйым) вес числаэш (делителеш) пайылымы годым, делимыйын абсолютный величинажым делительын абсолютный величинаэш пайылаш келеш дă пумы кок числаге икань знакан ылыт гѣнь, результат анзылан + знаком шѣндăш келеш, икань знакан агылеп гѣнь, результат анзылан — знаком шѣндăш келеш.**

Тенге гѣнь, пайылымы годымат умножени годшы знаквлăн правилок кодеш.

**33. Делимый ѡль делитель нуль ылмы годшы случайвлă.** а) 0-м иктă-махань числаэш, например +10-эш пайылаш келеш. Тидѣ значит, произведеништы 0 лижѣ манын, +10-эш умножаш керăл числам моаш келеш. Техень числа 0 ылеш, лач 0 веле лин кердеш, вет  $0\cdot(+10)=0$ , а иктă-махань вес числам, нульым агыл, +10-эш умножымыкы, произведенижы 0 лин ак керд. Ти статян ыштеныат мона:

$$0:(-2)=0, \text{ потому что } (-2)\cdot 0=0;$$

$$0:\frac{3}{4}=0 \quad \text{ " } \quad \text{ " } \quad \frac{3}{4}\cdot 0=0 \text{ дă паकылаат.}$$

Значит, делимый нуль ылеш гѣнь, делительжы нуль агыл гѣнь, частный нуль лишăшлык.

б) Ёнде делитель 0 лижѣ, делимыйжы иктă-махань вес числа, например  $(+5):0$ . Тидѣ значит, +5 плучаяш манын, 0-еш умножаш керăл числам моаш келеш. Керек-махань числам 0-еш умноженă гѣнят, мă 0 гѣц пасна вес числам ана плучайы, значит,  $(+5):0$  частныйшты нимахань числаат лин ак керд. Тенгеок, техень примервлăмат пайылаш акли:

$$(-5):0; (+0,3):0; (-7,26):0 \text{ дă пакылаат тенгеок.}$$

Вообще, делитель нуль гѣнь, делимый нуль агыл гѣнь, па ылылымаш лин ак керд.

в) Ёнде техень случайым нăлына; делимыят 0 ылеш, делителят 0 ылеш:

$$0:0=?$$



Керек-махань числам нулеш умножет гынят, результат нуль лиэш, седьндон ти случайышты частный гишан попаш смысл уке.

Например,  $5 \cdot 0 = 0$ ;  $7 \cdot 0 = 0$ ;  $(-100) \cdot 0 = 0$  да пақылаат тенгеок.  
 $\frac{0}{0}$  выраженилән нимахань численный значенимат ак сирен.

### Упражненивлә.

40.  $(+20) : (+4)$ ;  $(+20) : (-4)$ ;  $(-20) : (+4)$ ;  $(-20) : (-4)$ .

41.  $(+2a) : (-2)$ ;  $(-5x) : x$ ;  $(-7x^2) : (-7)$ . 42.  $0 : 8$ ;  $0 : \frac{1}{2}$ ;  $0 : 0,3$ ;  $0 : a$ .

## VII. Умножени дон пайылымашын главный свойствывлә.

34. Арифметический числавләлән анжыктымна умножени дон пайылымашын свойствывлә (8 дон 9 §) относительный числавләләнәт ярал ылыт.

а) **Переместительный закон:** сомножительвлән вәрйштым вашталтымашеш произведени ак вашталт.

Пытәри кок числам веле умножыман примервләм нәлбнә:

$$\begin{aligned} (+5) \cdot (+2) &= +10 \quad \text{дә} \quad (+2) \cdot (+5) = +10; \\ (-5) \cdot (+2) &= -10 \quad \text{дә} \quad (+2) \cdot (-5) = -10; \end{aligned}$$

$$\left(-\frac{3}{5}\right) \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) = +\frac{9}{20} \quad \text{дә} \quad \left(-\frac{3}{4}\right) \cdot \left(-\frac{3}{5}\right) = +\frac{9}{20}.$$

Бнде кокты гыц углак сомножителян произведением нәлбнә, например, техеньбм:  $(-2) \cdot (-5) \cdot (+3)$ . Ти произведенин абсолютный величинажы  $2 \cdot 5 \cdot 3$  лиэш, а знакшы отрицательный сомножительвлән шотыштым анжен,  $+$  аль  $-$  лиэш (ти примерышты  $+$  знак лиэш). Сомножительвлән вәрйштым вашталтенә гынь, например, тенге:  $(+3) \cdot (-5) \cdot (-2)$ , тбнам у произведением плучаенә, ти произведенин абсолютный величинажы  $3 \cdot 5 \cdot 2$  лиэш, а знакшы отрицательный сомножительвлән шотыштым анжен,  $+$  аль  $-$  лиэш. Но  $3 \cdot 5 \cdot 2 = 2 \cdot 5 \cdot 3$  (арифметический числавләм умножымы переместительный закон сембнь), дә отрицательный сомножительвлән шотыштат первишбй нәрок кодеш. Значит, кок произведенинәт абсолютный величинашты икток лиэш дә знакыштат иканьок лиэш. Седьндон:

$$(-2) \cdot (-5) \cdot (+3) = (+3) \cdot (-5) \cdot (-2).$$

б) **Сочетательный закон:** таманяр сомножительношты иктә-махань сомножительвләжым ниньн произведеништыдон вашталтенә гынь, произведени ак вашталт.

Сомножительвләм сирен мимй порядокдонок

$(-5) \cdot (+3) \cdot (-2)$  умножением ёштёмй вәреш:

$$(-5) \cdot (+3) = -15, \quad (-15) \cdot (-2) = +30,$$

мә любой кок сомножительным, например  $+3$  дә  $-2$ -м нәлбнә дә нинйм произведеништыдон, вес статян келесенжй,  $-6$  дон вашталтен кердйнә дә вара ти числаэш кымшы сомножительным умноженә:  $(-5) \cdot (-6) = +30$ . Тенге гйнь:

$$(-5) \cdot (+3) \cdot (-2) = (-5) \cdot [ (+3) \cdot (-2) ].$$

в) Иктә-махань числам таманяр сомножительын произведениэш умножымы годым, тй числам пйтәриш сомножителеш умножаш лиэш, плучаялтшы произведением кокшы сомножителеш дә пакылаат тенгеок. Лач тенгеок: иктә-махань числам таманяр сомножительын произведениэш пайылымы годым, тй числам пйтәриш сомножителеш пайылаш лиэш, плучаялтшы результатым кокшы сомножителеш дә пакылаат тенгеок.

Тенге,  $+10$ -м  $(-2) \cdot (+3)$  произведениэш умножымы годым, пйтәри ти произведением (ти произведенижы  $-6$  лиэш) моаш дә вара  $+10$ -м тйшәк умножаш лиэш; но вес статянат умножаш лиэш: пйтәри  $+10$ -м  $-2$ -эш умножаш ( $-20$  лиэш) дә плучаялтшы произведением  $+3$ -еш умножаш (60 лиэш). Тенге гйнь:

$$(+10) \cdot [ (-2) \cdot (+3) ] = (+10) \cdot (-2) \cdot (+3).$$

Вообще  $a(bc \dots) = (a \cdot b)c \dots$

Лач тенгеок:

$$10 : [ (-2) \cdot (+3) ] = [ 10 : (-2) ] : (+3),$$

$$10 : [ (-2) \cdot (+3) ] = 10 : (-6) = -\frac{10}{6} = -\frac{5}{3} \text{ дә}$$

$$[ 10 : (-2) ] : (+3) = (-5) : (+3) = -\frac{5}{3}.$$

Вообще:  $a : (bc \dots) = (a : b) : c \dots$

Распределительный свойство төр ылмыжымат тенгеок анжыктен пуаш лиэш.

г) Пайылымаш вес свойством эче анжыктенә: делимыйым дә делительным ик числаэшок (нуль гыц пасна) умноженә (әль пайыленә) гйнь, частный ак вашталт.

Перви мә ужынна ылыы (9 §, д),  $\frac{a}{b} = \frac{am}{bm}$  равенство цилә арифметический числаланок целаланат дә дробьланат верно ылеш. Ынде мә  $a$ ,  $b$  дә  $m$  буквәвлә циләнәт әль кыды буквәжы веле относительный числавлә лит гйнят, ти равенство верно ылмым проверяенә. Пайылыман примерым, например  $5:0,8$  нәлбнә, делимыйым дә делительным  $3$ -еш умноженә. Цилә числаок арифметический ылытат, тенге ёштёмәшеш частный ак вашталт, седьондон мә техень равенством сирен кердйнә:

$$\frac{5}{0,8} = \frac{5 \cdot 3}{0,8 \cdot 3} = \frac{15}{2,4}.$$

Бінде ти равенствышты иктә числа отрицательный лижы; на-  
 пример, 5 вәреш — 5 лижы.

$$\frac{-5}{0,8} = \frac{-5 \cdot 3}{0,8 \cdot 3} = \frac{15}{2,4}$$

Равенство вернок кодын, тиштѣ кок частныйнат абсолют-  
 ный величинашты вашталте дә ти частныйвлә коктынат отрица-  
 тельный числавлә ылыт.

Равенствыштыш кокшы числам әль кымшы числам отрица-  
 тельныйым бштенә гынят, равенство верный кодмынат проверяш  
 куштылгы. Значит,  $a$ ,  $b$  дә  $m$  вәреш керек-махань положительный  
 әль отрицательный числавләм нәлбнә гынят,  $\frac{a}{b} = \frac{am}{bm}$  равенство  
 верно лиэш.

Пайылымаш обратный числаэш умножымыдон икток ыле-  
 шәт, делимыйым дә делительным ик числаэшок пайылымашеш част-  
 ный ак вашталт.

Делимыйым дә делительным умножымы (әль пайылымы) числа  
 нуль лишәшлык агыл. Нуль лиэш гынь, 33 § в п. сембнь), частный  
 смыслом ямда.

### Упражненивлә.

43. Ти равенствывлә верно ылым проверяен анженә:

$$\begin{aligned} (-5) \cdot (+2) \cdot (-1) &= (+2) \cdot (-1) \cdot (-5) = (+2) \cdot (-5) \cdot (-1). \\ 10 \cdot (-3) \cdot (-2) \cdot (+5) &= 10 \cdot [(-3) \cdot (-2) \cdot (+5)] = 10 \cdot (-2) \cdot [(-3) \cdot (+5)]. \\ [10 + (-3) + (-2)] \cdot (-7) &= 10 \cdot (-7) + (-3) \cdot (-7) + (-2) \cdot (-7). \\ \left(\frac{3}{4} - 0,2 + \frac{7}{8}\right) \cdot 0,3 &= \frac{3}{4} \cdot 0,3 - 0,2 \cdot 0,3 + \frac{7}{8} \cdot 0,3. \end{aligned}$$

44. Умноженин сочетательный свойствыдон бштен, ти произведенийләм  
 шотаяш кыце лучирәк лиэш:

$$8 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 125; \quad 2,5 \cdot 6 \cdot 10 \cdot 5; \quad \frac{3}{4} \cdot 8,2 \cdot 4 \cdot 10?$$

45. Проверяйбдә, делимыйым дә делительным 4-еш умноженә гынь,  $3,5 : (-7)$   
 частный ак вашталт. —  $0,75$ -еш пайыленә гынят, ти частный ак вашталт.

## ЦЕЛА ОДНОЧЛЕННЫЙ ДА МНОГОЧЛЕННЫЙ ВЫРАЖЕНИВЛÄ. АЛГЕБРАИЧЕСКИЙ ДРОБЬВЛÄ.

### I. Анзыц ынгылдарымашвлä.

**35. Одночлен да многочлен.** Алгебраический выражением кок группеш пайылат, тенге пайылымашты остатка алгебраический действим анжат.

*Алгебраический выражений остатка действижы сложымаш äль лыкмаш агыл гынь, тй алгебраический выражением одночлен маныт.*

Значит, буквадон äль цифрдон сирймы одночлен пасна числа ылеш, например  $-a$ ,  $+10$  äль произведени, например  $ab$ ,  $(a+b)c$ , äль частный, например  $\frac{a-b}{c}$ , äль степень, например  $b^2$ ; но **одночлен ни сумма, ни разность лишашлык агыл.**

Одночленым вычисляймы годым пайылымы действим йштäш келеш гынь, тй одночленым *дробный* маныт, пайылымы действим йштäш ак кел гынь, *цела* одночлен маныт. Тенге,  $\frac{a-b}{c}$  одночлен дробный ылеш;  $(x-y) \cdot ab$ ,  $a(x+b)^2$  *цела* одночленвлä ылыт. Алгебрым тйнгäлмаштй мä *цела* одночленвлä гищän веле попаш тйнгäлбнä, седьндон *цела* одночлен манмы вәреш мä кйтйкбн „одночлен“ манаш тйнгäлбнä.

*Алгебраический выражений одночленвлäжй икänä-иктйшитй-дон + äль — знакдон пижйктймы ылыт гынь, тй алгебраический выражением многочлен маныт.* Например, техень выражени:

$$ab - a + b^2 - 10 + \frac{a-b}{c}.$$

Пасна выраженивлä гйц  $+ äль —$  знакдон пижйктймы *многочлен* лин гынь, тй выраженивлäм *многочлены* *членвлäжй* маныт. Многочлены членвлäжйм нбнб анзылны ылшы *знаквлä-дон* иквәреш анжат. Например тенге маныт:  $-a$  член,  $+b^2$  член да пақылаат тенгеок. Пйтäриш член анзылны нимахань *знакат* уке гынь, тй член анзылны  $+ \text{знак}$  улы манын шотлаш келеш; тенге, мämнän примерыштына пйтäриш член  $ab$ , äль  $+ab$  ылеш.

Кок членän выражением *двучлен* маныт, кым членänым — *трехчлен* да пақылаат тенгеок. Многочлены *цилä* членжок *целавлä* ылыт гынь, тй *многочленым* *цела* *многочлен* маныт.

**36. Коэффициент.** Например, техень произведени пумы лижы:

$$a3ab(-2).$$

Ти произведеништы кыды сомножительным цифрдон сирен анжыктымы, кыдыжым — буквадон. Техень произведенивләм умноженин сочетательный законжы сембнь бштен,  $a$  буквадон анжыктымы цилә сомножительным дә молывләмәт ик группышкы пижыктен вашталташ лиэш, дә

$$3 \cdot (-2) \cdot (aa) \cdot b$$

плучаялтеш, тидым кйтйкын тенге сирәш лиэш:  $-6a^2b$ .

Буквенный сомножитель анзылан цифрдон сирымь сомножительным одночленым *коэффициент* маныт. Тенге  $-6a^2b$  одночленышты  $-6$ -ан числа коэффициент ылеш.

Коэффициент положительный цела числа ылеш гынь, тымнам буквенный выраженижым маняр гәнә слагаемый дон нәлмблә, тидым ти коэффициент анжыкта; например,  $3ab$  дон  $(ab) \cdot 3$  иктймок анжыктат, вес статья келесенжы  $ab + ab + ab$  суммым анжыктат. Коэффициент цела отрицательный числа ылеш гынь, тиды буквенный выраженижым маняр гәнә вычитаемыйдон нәлмблә, тидым анжыкта; например  $-3x$  дон  $-x - x - x$  иктймок анжыктат. Коэффициент дробь ылеш гынь, буквенный выраженин численный величина гыц махань дробьым нәлмблә, тиды тидым анжыкта. Тенге,  $\frac{2}{3}ax$  дон  $ax \cdot \frac{2}{3}$  иктймок означаят,  $ax$  числам  $\frac{2}{3}$ -еш умно-

жымашыжы, ти числан  $\frac{2}{3}$ -м нәлмбым означая.

**37. Многочлены свойствывләжы.** Керек-махань многочленымок тидын членвләжын алгебраический суммеш шотлаш лиэш. Например,  $2a - b + c$  многочлен  $2a + (-b) + (+c)$  сумма ылеш. Тиштй  $+(-b)$  выражени  $-b$  выражени ганьок ылеш,  $+(+c)$  выражени  $+c$  ганьок. Седындон, относительный числавлән суммын цилә свойствыжок (25 §) многочленләнәт ярат. Бнде кок свойствы ашбндәрен анженә.

а) *Переместительный закон:* многочлены членвләжын (бшке знакыштыдон) вәршштым вашталтымашеш, многочлены численный величинажы ак вашталт.

б) *Сочетательный закон:* многочлены иктә-махань членжым нйнын алгебраический суммыштыдон вашталтымашеш, многочлены численный величинажы ак вашталт.

Многочлены эче вес свойствыжым анжыктенә:

в) Многочлены каждый членжы анзылны ылшы знакым противоположный знакдон вашталтенә гынь, многочлены численный величинан знакшат противоположный лиэш, многочлены абсолютный величинажы ак вашталт.

Например,  $a = -4$  да  $b = -3$  ылмы годым,  $2a^2 - ab + b^2 - \frac{1}{2}a$  многочлены численный величинажы тинәрйи лиэш:

$$2 \cdot (-4)^2 - (-4) \cdot (-3) + (-3)^2 - \frac{1}{2} \cdot (-4) = \\ = 2 \cdot 16 - 12 + 9 + 2 = 32 - 12 + 9 + 2 = 31.$$

Букваллаан ти значени годымок,  $-2a^2 + ab - b^2 + \frac{1}{2}a$  многочлены величинажы тинәрйи лиэш:

$$-2 \cdot (-4)^2 + (-4) \cdot (-3) - (-3)^2 + \frac{1}{2} \cdot (-4) = \\ = -2 \cdot 16 + 12 - 9 - 2 = -32 + 12 - 9 - 2 = -31.$$

### Упражненивлә.

46. Ти произведеннвләм простаэмдәйдә:

$$ax10xaax; aa(-5) \cdot bxx(+2); ab \cdot \frac{3}{4} \cdot axx \left(-\frac{1}{2}\right); 5txu(-4)txuu.$$

47. Ти выраженнвләм суммыла сирен анжыктыда:  $2a; 3ax; 5a^2b; 4(a+1)$ .

48. Ти одночленнвләм вычисляйда:

$$7a^2bc, \text{ тиштй } a=3, b=2, c=\frac{5}{7};$$

$$0,8a(b+c), \text{ тиштй } a=1, b=\frac{5}{6}, c=0,25;$$

$$3(a+b)^2c, \text{ тиштй } a=1, b=\frac{5}{6}, c=0,25;$$

$$-7x^2y^3, \text{ тиштй } x=-2, y=1;$$

$$0,52ax^2y, \text{ тиштй } a=100, x=-3, y=-2.$$

49. Ти многочленнвләм вычисляйда:

$$2x^4 - x^3 + 5x^2 - 7x + 1, \text{ тиштй } x=1, x=2;$$

$$ax^2 + bx + c, \text{ тиштй } a=3, b=-2, c=-5, x=1.$$

50.  $x=2$  ылмы годым, кок многочлены:  $x^3 - 2x^2 + 3x - 5$  дон  $-x^3 + 2x^2 - 3x + 5$  абсолютный величинашты икань лиэш, знакышты противоположный лимбим провераен пәлбәдә.

**38. Подобный членнвләм цымырымаш.** *Многочлены членнвләжй икйжәк-иктйштй гйц коэффициентыштыдон веле айырлат гйнь, әль совсемок ак айырлеп гйнь, тйхень членнвләм подобный членнвлә маньт.*

Например, техень многочленышты

$$\underline{4a} - \underline{3x} + \underline{0,5a} + \underline{8x} + \underline{3ax} - \underline{2x}$$

пйтәриш член кымшы членнвләм подобный ылеш (нинйи пындашеш ик чертам ыдыралмы), кокшы член нйльымшы дон кудымшы членнвләм подобный ылеш (нинйи пындашеш кок чертам ыдыралмы), вйзымшы членнвләм подобный член уке.

Многочленышты иктй-весылән подобный членнвлә ылыт гйнь, сложенин сочетательный закон сембйнь ыштен, тй членнвләм ик



членыш пижыктӓш лиэш. Анжымы примерыштына ылшы членвлӓм техень группывлӓшкӓй пижыктен кердӓнӓ:

$$(4a + 0,5a) + (-3x + 8x - 2x) + 3ax.$$

Тиштӓй тенге лиэш: махань гӓнят 4-ӓн числашкы 0,5 тӓхень числамок привайымыкы, ти числан 4,5 лиэш. Значит  $4a + 0,5a = 4,5a$ . Молжат тенгеок:  $-3x + 8x = 5x$  дӓ  $5x - 2x = 3x$ . Значит, многочленым тенге анжыкташ лиэш:

$$4,5a + 3x + 3ax.$$

*Многочленын подобный членвлӓжӓм ик членыш пижыктӓй-мӓшӓм многочленын подобный членвлӓжӓм цымырымаш (приведение) маныт.*

**З а м е ч а н и.** Икань коэффициентӓн дӓ икань агыл знакан кок подобный член взаимно уничтожылат; например, техень членвлӓ:

$$2a \text{ дӓ } -2a, \text{ алы } -\frac{1}{2}x^2 \text{ дӓ } +\frac{1}{2}x^2.$$

**П р и м е р в л ӓ.**

$$1. a + \underline{5mx} - \underline{2mx} + \underline{7mx} - \underline{8mx} = a + 2mx.$$

$$2. \underline{4ax} + b^2 - \underline{7ax} - \underline{3ax} + \underline{2ax} = -4ax + b^2 = b^2 - 4ax.$$

$$3. \underline{4a^2b^3} - \underline{3ab} + \underline{0,5a^2b^3} + \underline{3a^2c} + \underline{8ab} = 4,5a^2b^3 + 5ab + 3a^2c.$$

**У п р а ж н е н а в л ӓ.**

$$51. a^3x^2 + 3a^2x^3 + \frac{1}{2}a^2x^3 + a^2x^3.$$

$$52. 2x - 5xy - 8xy - 3,1xy - 0,2xy.$$

$$53. a + 8mxy^2 - 4\frac{1}{2}mxy^2.$$

$$54. x - 8mxy^2 + 4\frac{1}{2}mxy^2.$$

$$55. 5a^3 - 7a^2b + 7ab^2 + a^2b - 2a^3 - 8ab^2 + a^3 - 12ab^2 + 3a^2b.$$

$$56. x^5 - 4ax^4 - 2ax^4 + 2a^2x^3 + 5ax^4 - 2a^2x^3 + ax^4 - 7a^2x^3.$$

### Исторический сведенивлӓ.

Отрицательный числавлӓ греческий математик Диофантын трудыштат (кӓзӓйтшӓй эран IV векушты) ылыныт. Ти числавлӓм тӓдӓй „недопустимыйвлӓ“ манын дӓ задачым решӓймӓжӓй годым, нинӓйым шотыш нӓлте. Тӓнге гӓнят,— знакан кок числам умножымаштыжы, мӓмнӓн правилына гань правилыдонок умножа ылын. Умножымжы годым тӓдӓй тенге попа ылын: „лыкмы числам лыкмы числаэш умножымыкы, привайыман числа лӓктеш“. Тидӓй решӓймаштыжӓй тенге плучая ылын:

$$(7 - 3) \cdot (5 - 2) = 7 \cdot 5 - 7 \cdot 2 - 3 \cdot 5 + 3 \cdot 2 = 12.$$

Индусский математик Брамагупта (620 ин) относительный числавлӓм сложени дон лыкмы подробный правилывлӓм пуа. Тӓдӓйым юж правилывлӓжӓй сирен анжыктенӓ:

„Кок имуществовын сумма имущество лиэш“, вес статын келесенжӓй, например,  $(+2) + (+3) = 5$ .

„Кок долгын сумма долг лиэш“, вес статья келесенжй  $(-2) + (-3) = -5$ .  
 „Имущество дон долгын сумма нинйн разностьшты лиэш“, вес статья келесенжй  $(+5) + (-7) = -2$ .  
 „Нуль гыц лыкмы долг имущество лиэш, имуществыжы долг лиэш“:

$$0 - (-3) = +3; 0 - (+3) = -3 \text{ д\а пакылаат тенгеок.}$$

Европышты 1544 инок эче математик Ш т и ф е л ь отрицательный числавл\ам „нелепыйвл\а“ манын. Ж и р а р 1629 ин Ышкымж\ын сочинеништыжы отрицательный числавл\ам пользываен, но ти числавл\ам математикушкы окончательныжы Декарт (1637 ин) пырген. Декарт отрицательный числавл\ан направлениый величина ылмыштым объясняен. Перви сложени дон лыкмы действом латинский шамаквл\адон plus дон minus шамаквл\адон сирен анжыктат ылын д\а варажы ти шамаквл\ам к\ыт\ыкемденйт,  $p$  дон  $m$  буквавл\ам веле сир\аш т\ынг\ал\ыййт, буквавл\а в\ыл\анж\ы чертам ш\ынд\ат ылын.

## II. Алгебраический сложымаш дон лыкмаш.

**39. Одночленвл\ам сложымаш.** Техень одночленвл\ам сложымаш келеш:  $3a$ ;  $-5b$ ;  $+0,2a$ ;  $-7b$  д\а  $c$ .

Нинйн суммым тенге сир\ат:

$$3a + (-5b) + (+0,2a) + (-7b) + c.$$

Тенге г\ынят,  $+(-5b)$ ,  $+(+0,2a)$  д\а  $+(-7b)$  выражени  $-5b$ ,  $+0,2a$  д\а  $-7b$  выражени дон икан\юк ылыт; сед\ындон пумы одночленвл\ан суммым простан тенге сир\аш лиэш:

$$\underline{3a} - \underline{5b} + \underline{0,2a} - \underline{7b} + c,$$

тишт\акен подобный членвл\ам цымырымыкы, тенге лиэш:

$$3,2a - 12b + c.$$

**Правило.** Икт\а-маняр одночленным сложымы годым, одночленвл\ам Ышке знакушты дон икт\ы паштек вес\ым сир\аш д\а подобный членвл\ам цымыраш келеш.

**40. Многочленвл\ам сложымаш.** Ик  $m$  буквадон веле сирен анжыктымы алгебраический выраженишкы  $a - b + c$  многочленным приваяш келеш. К\ыч\алм\ы суммым тенге сир\аш лиэш:

$$m + (a - b + c).$$

Ти выражением преобразоваяш манын, п\йт\ари тид\ым вниманиш н\ал\йна:  $a - b + c$  многочлен  $a + (-b) + c$  суммы дон икток лиэш; но суммым привайымы годым, каждый слегаемыйым икт\ы паштек вес\ым приваен ми\аш лиэш. Сед\ындон:

$$m + (a - b + c) = m + a + (-b) + c.$$

Но  $-b$ -м привайымаш,  $b$ -м лыкмаш дон икток лиэш; сед\ындон:

$$m + (a - b + c) = m + a - b + c.$$

**Правило.** Иктä-махань алгебраический выраженишкы многочленным привайымы годым, тй выражени сага многочленным цилä членжым Ёшке знакыштыдон иктй паштек весйм сирäш дä подобный членвлä ылыт гйнь, нйньйм цымыраш келеш.

Пйтäриш член анзылны нимахань знакат уке гйнь, тйшты + знак ылеш манын шотлымла.

Пример:  $3a^2 - 5ab + b^2 + (4ab - b^2 + 7a^2)$ .

Ик  $m$  буквадон сирен анжыктымы алгебраический выражени вäреш ти примерышты  $3a^2 - 5ab + b^2$  многочленным пумы. Анжыктымы правило сембнь тидйм ёштймбйкнä, тенге лäктеш:

$$3a^2 - 5ab + b^2 + (4ab - b^2 + 7a^2) = 3a^2 - 5ab + b^2 + 4ab - b^2 + 7a^2 = 10a^2 - ab.$$

Замечани. Сложаш пумы многочленышты подобный членвлä улы гйнь (примерыштышна гань), тйнäm ик слагаемый лбвälän вес слагаемыйым сирбмбй годым, подобный членвлäm иктй-весй лбвälän тенге сирäш лиэш:

$$\frac{\begin{array}{r} + 3a^2 - 5ab + b^2 \\ + 7a^2 + 4ab - b^2 \\ \hline 10a^2 - ab \end{array}}$$

### Упражненивлä.

Ик многочленным весй лбвälän (подобный член лбвälän) сирен, ти многочленвлäm сложаш келеш:

57.  $(2x - y - z) + (2y + z - x) + (2z - x - y)$ .

58.  $(3x^3 - 4x^2 + 2x - 1) + (2x^2 - 3x + 4) + (x^3 - 2 + 4x + 3x^2)$ .

59.  $(4a^3 - 5a^2b + 7ab^2 - 9b^3) + (-2a^3 + 4a^2b - ab^2 - 4b^3) + (8ab^2 - 10a^2b + 6a^3 + 10b^3)$ .

**41. Одночленвлäm лыкмаш.**  $10ax$  одночлен гйц —  $3ax$  одночленным лыкташ келеш. Кйчälмбй разностьым тенге сирät:

$$10ax - (-3ax).$$

Лыкмы правило сембнь ёштймäштй, —  $3ax$  числам лыкмы вäреш —  $3ax$  числалан противоположный числам приваяш лиэш. Техень числажы +  $3ax$  лиэш, седбндон:

$$10ax - (-3ax) = 10ax + (+3ax) = 10ax + 3ax = 13ax.$$

**Правило.** Одночленным лыкмы годым, тй одночленным противоположный знакдон нälбн, уменьшаемый сага сирäш дä подобный членвлä лит гйнь, нйньйм цымыраш келеш.

**42. Многочленным лыкмаш.** Ик  $m$  буквадон сирен анжыктымы алгебраический выражени гйц  $a - b + c$  многочленным лыкташ келеш. Тидйм тенге сирäш лиэш:

$$m - (a - b + c).$$

Лыкмы правило семёнъ ёштен, тиштѣ  $m$  числашкы  $a - b + c$  числалан противоположный числам приваенок ситѣ. Техень противоположный числажы  $-a + b - c$  лиэш; значит:

$$m - (a - b + c) = m + (-a + b - c).$$

Ёнде многочленвлѣм сложымаш правило семёнъ ёштѣмѣкы тенге плучаялтеш:

$$m - (a - b + c) = m - a + b - c.$$

**Правило.** Иктѣ-махань алгебраический выражени гыц многочленым лыкмы годым, вычитаеый многочлены цилѣ членжым противоположный знакдон нѣлын тѣ выражени сага сирѣш дѣ подобный членвлѣ улы гынь, нѣным цымыраш келеш.

Замечани. Ик многочлен гыц вес многочленым лыкмы годым, ти многочленвлѣштѣ подобный членвлѣ улы гынь, вычитаеый многочлены знаквлѣм противоположный знаквлѣдон вашталташ дѣ уменьшаеый лѣвалѣн сирѣш келеш. Подобный членвлѣ подобный членвлѣ лѣвалѣн сирѣмѣ лиштѣ. Например,  $(7a^2 - 2ab + b^2) - (5a^2 + 4ab - 2b^2)$  лыкмашым тенге сирѣш лучирѣк лиэш:

$$\begin{array}{r} 7a^2 - 2ab + b^2 \\ - 5a^2 - 4ab + 2b^2 \\ \hline 2a^2 - 6ab + 3b^2 \end{array}$$

### Упражненивлѣ.

60.  $(2p^2 - 4p + 8) - (p^2 - 5p - 7)$ .

61.  $4x^2 + y^2 + 5$  гыц  $- 2y^2 + y + 6$  лыкта .

62.  $\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{3}x + 1$  гыц  $\frac{1}{4}x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{1}{5}$  лыкта.

63. Выражением простаэмдѣдѣ:

$$x = (2a^2 - 2b^2 + c^2) - (a^2 - 2b^2 - c^2) + (3a^2 + 4b^2 - 3c^2).$$

**43. Анзылнышты + ѣль — знак ылшы скобкывлѣм пачмаш.** Например,

$$2a + (a - 3b + c) - (2a - b + 2c)$$

выраженишты скобкывлѣм пачаш келеш. Тидѣм тенге ынгылаш келеш: скобка анзылны ылшы знаквлѣдон махань действивлѣм ёштѣш керѣлѣм анжыктымы, скобкывлѣ коргыштѣ ылшы многочленвлѣдон тѣхень действом ёштѣш келеш. Мѣмнѣн примерыштына пѣтѣриш скобка анзылны + знак, кокшы скобка анзылны — знак ылеш. Пѣлѣмѣнѣ правилывлѣ семёнъ сложением дѣ лыкмашым ёштѣмѣкынѣ, скобкыдым выражением плучаенѣ:

$$2a + a - 3b + c - 2a + b - 2c = a - 2b - c.$$

Тенге гынь, скобкывлӓм пачмы годым, скобкывлӓ анзылны + знак улы гынь, мӓ скобкывлӓ кӓргыштӓш знаквлӓм ана вашталты, скобкывлӓ анзылны — знак улы гынь, скобкывлӓ кӓргыштӓш цилӓ член анзылныш знаком противоположный знакдон вашталтенӓ.

Эче техень выраженишты скобкывлӓм пачаш келеш:

$$10p - [3p + (5p - 10) - 4].$$

Пӓйтӓри круглый скобкывлӓм, вара квадратный скобкывлӓм пачаш лучи ылеш:

$$10p - [3p + 5p - 10 - 4] = 10p - 3p - 5p + 10 + 4 = 2p + 14.$$

**44. Многочлены частьшым скобкывлӓ кӓргыш пыр-тымаш.** Многочленым преобразовайымы годым кынамжы тӓйдӓн юж членвлӓжым скобкывлӓ кӓргыш пырташ керӓл ылеш, тенге бӓштӓмӓшты кынамжы скобкывлӓ анзылан + знаком шӓндӓш полезно, вес статьян келесенжӓ, многочленым суммала анжыкташ, кынамжы — знаком шӓндӓш полезно, вес статьян келесенжӓ, многочленым разностьла анжыкташ. Например,  $a + b - c$  многочлен пачыштыш кок членжым скобкывлӓ кӓргыш пырташ келеш, скобка анзыланжы + знаком шӓндӓш келеш. Тӓнӓм тенге сиренӓ:

$$a + b - c = a + (b - c),$$

вес статьян келесенжӓ, скобкывлӓ кӓргыштӓш членвлӓн знакыштым тӓйдӓмок коденӓ. Сложымаш правило сембӓнь скобкывлӓм пачмыкына, техень преобразовани верно ылмым пӓлен кердӓнӓ; тӓнӓм эчеӓт тӓи многочленымок плуцаенӓ.

Пусть тӓи многочленышток кок членым скобкывлӓ кӓргыш пырташ келеш, скобка анзыланжы — знаком шӓндӓмӓлӓ. Тӓнӓм тенге сиренӓ:

$$a + b - c = a - (-b + c) = a - (c - b),$$

вес статьян келесенжӓ, скобкывлӓ кӓргыштӓш цилӓ член анзылныш знаком противоположный знакдон вашталтенӓ. Лыкмы правило сембӓнь бӓштен скобкывлӓм пачмыкына, техень преобразовани верно ылмым пӓлен кердӓнӓ; эчеӓт тӓи пумы многочленымок плуцаенӓ.

Скобкывлӓ анзылан + ӓль — знаком шӓндӓмӓкӓ, многочлены цилӓ хӓлӓок скобкывлӓ кӓргыш пырташ лиӓш. Например,  $a + b - c$  многочленым тенге сирӓш лиӓш:

$$+(a + b - c), \text{ ӓль } -(-a - b + c).$$

#### Упражненивлӓ.

Скобкывлӓм пачаш дӓ простаӓмдӓш келеш:

$$64. x + [x - (x - y)]; \quad m - \{n - [m + (m - n)] + m\}.$$

$$65. a + b - c - [a - (b - c)] - [a + (b - c) - (a - c)].$$

66.  $(3x^2 - 4y^2) - (x^2 - 2xy - y^2) + [2x^2 + 2xy + (-4xy) + 3y^2]$ .

67.  $a - b - c + d$  многочленишты:

а) скобкывлă анзылан — знакым шӑнден, остатка кым членжым скобкывлă кӑргӑш пырташ келеш.

б) скобкывлă анзылан + знакым шӑнден, остатка кок членжым скобкывлă кӑргӑш пырташ келеш.

в) скобкывлă анзылан — знакым шӑнден, покшалныш кок членжым скобкывлă кӑргӑш пырташ келеш.

### III. Алгебраический умножени.

**45. Одночленвлӑм умножымаш.** а) Например,  $a^3$ -м  $a^2$ -еш умножаш келеш, тидӑм тенге сирӑш лиэш:  $a^3 \cdot a^2$  ӑль  $(aaa) \cdot (aa)$ . Тиштӑ  $aaa$  произведени вес  $aa$  произведениэш умножалтеш. Но, иктӑ-махань числам произведениэш умножымы годым, тӑй числам пӑйтӑриш сомножителеш умножаш, плучаялтшы произведением кокшы сомножителеш умножаш дӑ пакылаат тенгеок умножаш лиэш. Седӑндон:

$$a^3 \cdot a^2 = (aaa) \cdot aa,$$

тидӑм скобкывлӑдеок сирӑмӑкӑт, действи порядок тӑхеньок кодеш:

$$a^3 \cdot a^2 = aaaaa = a^5.$$

Произведенин степень показательжы сомножительвлӑн степень показательвлӑн суммылан равный ылмым мӑ тиштӑ ужна.

Эче вес примерым нӑлбӑнӑ:  $x^3$ -м  $x^4$ -еш умножаш келеш. Анзылныш случайштышлаок ӑштӑмӑкӑнӑ, тинӑрӑм плучаенӑ:

$$x^3 \cdot x^4 = (xxx) \cdot (xxxx) = xxxxxxx = x^7.$$

Вообще,  $a^m$ -м  $a^n$ -еш умножымыкы произведени техень лиэш:

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}.$$

Значит, икань числавлӑн степеньвлӑштӑн произведени умножаш пумы степень показательвлӑн сумма нӑрӑ лиэш. Кӑтӑкӑнжӑ тидӑм тенге келесӑш лиэш:

**Икань числан степеньвлӑм умножымы годым, степень показательвлӑм сложаш келеш.**

Тенге гӑнь:

$$m^2 m^3 = m^5; \quad x^3 x = x^4; \quad y^2 y^3 = y^5.$$

б) Умножаш келеш:

$$3ax^2 \cdot (-5abx).$$

Тиштӑ —  $5abx$  одночлен ӑшкежӑт произведени ылеш, седӑндон множимӑйым пӑйтӑриш сомножитель — 5-еш умножаш, плучаялтшы резульататом кокшы сомножитель  $a$ -эш умножаш келеш дӑ пакылаат тенгеок.

Значит:

$$3ax^2 \cdot (-5abx) = 3ax^2 \cdot (-5) \cdot abx.$$

Умноженин сочетательный закон сембнъ ёштёмькы, ти произведеништыш сомножительвләм техень группывләшкы погенә:

$$(+3) \cdot (-5) \cdot (aa) \cdot b \cdot (x^2x).$$

Каждый группышты умножим ёштёмькы, тинәрй плучаял-теш:  $-15a^2bx^3$ .

**Правило.** Одночленым одночленеш умножымы годым, нбнн коэффицентыштым умножаш, икань буквавлән показательвләм сложаш, множимыйышты веле әль множительышты веле ылшы буквавләм показательыштыдон иквареш нәлән произведенишкы вашташ келеш.

Примервлә.

$$1. 0,7a^3x \cdot (3a^4x^2y^2) = 2,1a^7x^3y^2. \quad 2. -3,5x^2y \cdot \left(\frac{3}{4}x^3\right) = -\frac{21}{8}x^5y.$$

**46. Одночленын квадрат дон кубыш.** Иктә-махань числам квадратыш әль кубыш возвышайымы годым, ты числам сомножитель вәреш кок гәнә әль кым гәнә нәләш келеш, тидым мә пәленә; например:

$$11^2 = 11 \cdot 11 = 121; \quad \left(-1 \frac{1}{2}\right)^2 = \left(-1 \frac{1}{2}\right) \cdot \left(-1 \frac{1}{2}\right) = 2 \frac{1}{4};$$

$$4^3 = 4 \cdot 4 \cdot 4 = 64; \quad (-5)^3 = (-5) \cdot (-5) \cdot (-5) = -125.$$

Ти определим цела одночленвләм квадратыш әль кубыш возвышайымашты применяен анженә.

1. Например,  $a^4$ -м квадратыш әль кубыш возвышаш келеш. Определени сембнъ ёштёмькы, тенге ләктеш:

$$(a^4)^2 = a^4 \cdot a^4; \quad (a^4)^3 = a^4 \cdot a^4 \cdot a^4.$$

Одночленвләм умножымы правилым применяенә гбнъ, тинәрйм плучаенә:

$$(a^4)^2 = a^8; \quad (a^4)^3 = a^{12}.$$

Лач тенгеок лиэш:

$$(a^3)^2 = a^6; \quad (a^3)^3 = a^9.$$

Вообще:

$$(a^m)^2 = a^m \cdot a^m = a^{2m}; \quad (a^m)^3 = a^m \cdot a^m \cdot a^m = a^{3m},$$

вес статян келесенжы, степеньным квадратыш әль кубыш возвышайымы годым, степень показателем коктеш әль кымытеш умножаш келеш.

Тенге:

$$(4^2)^2 = 4^4 = 256; \quad (2^2)^3 = 2^6 = 64, \text{ пақылаат тенгеок.}$$

2. Ёнде  $abc$  произведением квадратыш аль кубыш возвышаяш келеш. Определени сембнь ёштёмбкы, тенге л ктеш:

$$(abc)^2 = (abc) \cdot (abc); \quad (abc)^3 = (abc) \cdot (abc) \cdot (abc).$$

Умножымаш свойствывл м применяйымыкы, тин рым плучаен :

$$(abc)^2 = abcabc = (aa) \cdot (bb) \cdot (cc) = a^2b^2c^2;$$

$$(abc)^3 = abcabcabc = (aaa) \cdot (bbb) \cdot (ccc) = a^3b^3c^3,$$

вес статян келесенжы, произведением квадратыш аль кубыш возвышайымы годым, каждый сомножительым пасна ти степеныш возвышаяш д  резултатывл м умножаш келеш.

Тенге:

$$(2 \cdot 3 \cdot 5)^2 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 = 4 \cdot 9 \cdot 25 = 900;$$

$$(2 \cdot 3)^3 = 2^3 \cdot 3^3 = 8 \cdot 27 = 216.$$

3. Ёнде  $-4a^3bc^4$  одночленым квадратыш аль кубыш возвышаяш келеш. Токо веле лыкмы правилывл м применяйымыкы, тенге л ктеш:

$$(-4a^3bc^4)^2 = (-4)^2 \cdot (a^3)^2 \cdot (b)^2 \cdot (c^4)^2 = 16a^6b^2c^8;$$

$$(-4a^3bc^4)^3 = (-4)^3 \cdot (a^3)^3 \cdot (b)^3 \cdot (c^4)^3 = -64a^9b^3c^{12}.$$

**Правилывл .** 1. Цела одночленым квадратыш возвышайымы годым, одночленыи коэффициентшым квадратыш возвышаяш д  буквавл н показательывл м коктеш умножаш келеш.

2. Цела одночленым кубыш возвышайымы годым, одночленыи коэффициентшым кубыш возвышаяш д  буквавл н показательывл м кымытеш умножаш келеш.

**47. Многочленым одночленеш умножымаш.** М ланн   $a + b - c$  многочленым икт -махань алгебраический выражениеш, например одночленеш, умножаш келеш, ти одночленым  $m$  буквадон сирен анжыктен :

$$(a + b - c) \cdot m.$$

Умножении распределительный законом применяйымыкы, тенге плучаен :

$$(a + b - c) \cdot m = am + bm - cm.$$

**Правило.** Многочленым одночленеш умножымы годым, ти одночленеш многочленыи каждый членжым умножаш д  плучаялтшы произведенийывл м сложаш келеш.

Сомножительывл н в рышт м вашталтымашеш произведени ак вашталт, седбндон ти правилым одночленым многочленеш умножымаштат применяш лиеш. Тенге гынь:  $m(a + b - c) = ma + mb - mc.$

Примервл .

$$1. (3x^2 - 2ax + 5a^2) \cdot (-4ax).$$



Тиштѣ многочленн членвлѣм одночленеш умножымашым од-  
ночленвлѣм умножымы правило семѣнь бѣштѣш келеш, знаквлѣн  
правилымат ашбѣндѣрѣш келеш: умножымы годым, икань знаквлѣ  
ылыт гѣнь, + плучаялтеш, разный знаквлѣ ылыт гѣнь, — плу-  
чаялтеш.

Многочленын каждый членжым —  $4ax$  одночленеш пасна-пасна  
умноженѣ:

$$(3x^2) (-4ax) = -12ax^3; (-2ax) (-4ax) = +8a^2x^2;$$

$$(+5a^2) (-4ax) = -20a^3x.$$

Бѣнде плучаялтшы результатвлѣм сложымыкына, тенге плучаял-  
теш:

$$(3x^2 - 2ax + 5a^2) \cdot (-4ax) = -12ax^3 + 8a^2x^2 - 20a^3x.$$

$$2. (a^2 - ab + b^2) (3a) = a^2(3a) - (ab) (3a) + b^2(3a) =$$

$$= 3a^3 - 3a^2b + 3ab^2.$$

$$3. (7x^2 + \frac{3}{4}ax - 0,3) (2,1a^2x) = (7x^2) (2,1a^2x) + (\frac{3}{4}ax) (2,1a^2x) -$$

$$- 0,3 (2,1a^2x) = 14,7a^2x^3 + 1,575a^3x^2 - 0,63a^2x.$$

$$4. 2a(3a - 4ax + \frac{1}{2}x^2) = 6a^2 - 8a^2x + ax^2.$$

**48. Многочленым многочленеш умножымаш.** Напримѣр,  
 $a + b - c$  многочленым  $m - n$  многочленеш умножаш келеш. Тидѣм  
тенге сирѣш лиэш:

$$(a + b - c) (m - n).$$

Тиштѣ  $(m - n)$  множительным ик числаэш (одночленеш) шотлен,  
многочленым одночленеш умножымаш правилым применяен анженѣ:

$$(a + b - c) (m - n) = a(m - n) + b(m - n) - c(m - n).$$

Плучаялтшы многочленын каждый членжы одночленым мно-  
гочленеш умножымы произведением анжыкта. Эчѣйт анзылныш  
правилым применяймыкы, тенге плучаенѣ:

$$(am - an) + (bm - bn) - (cm - cn).$$

Сложымаш дон лыкмаш правилывлѣ семѣнь бѣштен скобки-  
влѣм пачмыкы, окончательнѣ мона:

$$(a + b - c) (m - n) = am - an + bm - bn - cm + cn.$$

**Правило.** Многочленым многочленеш умножымы годым, пѣ-  
тѣриш многочленын каждый членжым кокшы многочленын  
каждый членеш умножаш дѣ плучаялтшы произведенивлѣм  
сложаш келеш.

Конечно, многочленын членвлѣм кокшы многочленын членвлѣ-  
эш умножымы годым, знаквлѣн правилым ашбѣндѣрѣш келеш:  
икань знаквлѣ ылыт гѣнь, + плучаялтеш, разный знаквлѣ ылыт  
гѣнь, — плучаялтеш.

Например:

$$(a^2 - 5ab + b^2 - 3)(a^3 - 3ab^2 + b^3).$$

Пытәри множимыйын цилә членжым множительын пытәриш членеш умноженә:

$$(a^2 - 5ab + b^2 - 3)a^3 = a^5 - 5a^4b + a^3b^2 - 3a^3.$$

Вара множимыйын цилә членжым множительын кокшы членеш умноженә:

$$(a^2 - 5ab + b^2 - 3)(-3ab^2) = -3a^3b^2 + 15a^2b^3 - 3ab^4 + 9ab^3.$$

Тилец вара, кымшы членеш умноженә:

$$(a^2 - 5ab + b^2 - 3)(+b^3) = a^2b^3 - 5ab^4 + b^5 - 3b^3.$$

Остаткаэшйжы, плучаялтшы цилә произведением сложенә да подобный членвләм цымыренә: окончательный результат техень лиэш:

$$a^5 - 5a^4b - 2a^3b^2 - 3a^3 + 16a^2b^3 - 8ab^4 + 9ab^3 + b^5 - 3b^3.$$

Примервлә.

1.  $(a - b)(m - n - p) = am - bm - an + bn - ap + bp.$

2.  $(x^2 - y^2)(x + y) = x^3 - xy^2 + x^2y - y^3.$

3.  $(3an + 2n^2 - 4a^2)(n^2 - 5an) = 3an^3 + 2n^4 - 4a^2n^2 - 15a^2n^3 - 10an^3 + 20a^3n = -7an^3 + 2n^4 - 19a^2n^2 + 20a^3n.$

4.  $(2a^2 - 3)^2 = (2a^2 - 3)(2a^2 - 3) = (2a^2)^2 - 3(2a^2) - (2a^2)3 + 9 = 4a^4 - 6a^2 - 6a^2 + 9 = 4a^4 - 12a^2 + 9.$

Упражненивлә.

68.  $(5a^2b^3)(3ab^4c); \quad \left(\frac{3}{4}ax^3\right)\left(\frac{5}{6}ax^3\right).$

69.  $(0,3abx)(2,7a^2bx^2); \quad (7a^2b^4c)(3ab^3c^2)\left(\frac{1}{21}a^3b\right).$

70.  $\left(\frac{3}{7}mx^2y^3\right)^2; \quad (2a^3bx^2)^3.$

71.  $(0,1x^m y^3)^2; \quad \left(\frac{1}{2}m^2ny^3\right)^4.$

72.  $(3a^2 - 2b^3 + c)2ab.$

73.  $(5a - 4a^2b - 3a^3b^2 - 7a^4b^3)5a^2b.$

74.  $(a + b - c)(m - n); \quad (2a - b)(3a + b^2).$

75.  $\left(a + \frac{1}{2}b\right)(2a - b); \quad (x^2 + xy + y^2)(x - y).$

76.  $(x^2 - xy + y^2)(x + y).$

77.  $(2x + 3y)(3x - 2y); \quad (y - 1)(y^3 + y^2 + y + 1).$

**49. Расположенный многочлен.** Многочлены членвләжым иктә-махань букван степеньвләдон последовательно сирьмь го-

дым, тѣи букван показателъвлѣжым пѣитѣриш член гѣц остатка член якте когоэм мимѣ семѣнь аль изиэм мимѣ семѣнь сирѣш лиэш. Например,  $1 + 2x + 3x^2 - x^3$  многочленным  $x$  букван степенъвлѣжѣи когоэм мимѣ семѣнь сирѣмѣи. Ти многочлены членвлѣжым мѣнгешлѣи порядокдон сиренѣи гѣнь,  $x$  букван степенъвлѣжѣи изиэм мимѣ семѣнь сирѣмѣи лит:  $-x^3 + 3x^2 + 2x + 1$ .

Многочлены махань буквадон расположымы, тѣи буквам многочлены *главный* букважы манят. Сек кого показателя главный букваан членым многочлены *высший членжы* манят; сек изи показателя аль показатель укеан главный букваан членым многочлены низший членжы манят.

**50. Расположенный многочленвлѣм умножымашым** ти примерышты анжыктымла бѣштѣш лучи лиэш.

$3x - 5 + 7x^2 - x^3$  многочленным  $2 - 8x^2 + x$  многочленеш умножаш келеш.

Кок многочленге  $x$  букван степенъвлѣжѣи изиэм мимѣ семѣнь сирѣмѣикѣи, множительным множимый лѣвѣлан сирѣт дѣ лѣвѣланѣишты чертам ыдыралыт.

$$\begin{array}{r}
 -x^3 + 7x^2 + 3x - 5 \\
 -8x^2 + x + 2 \\
 \hline
 8x^5 - 56x^4 - 24x^3 + 40x^2 \\
 -x^4 + 7x^3 + 3x^2 - 5x \\
 -2x^3 + 14x^2 + 6x - 10 \\
 \hline
 8x^5 - 57x^4 - 19x^3 + 57x^2 + x - 10
 \end{array}$$

Множимыйын цилѣ членжым множительын пѣитѣриш членеш ( $-8x^2$ -еш) умножат дѣ плучайымы произведенижым черта лѣвѣлан сирѣт. Вара множимыйын цилѣ членжым множительын кокшы членеш ( $+x$ -еш) умножат дѣ плучайымы кокшы произведением пѣитѣриш произведени лѣвѣлан тенге сирѣт: подобный член лѣвѣланѣи подобный член лижѣи. Пақылажат тенгеок бѣштѣт. Остатка произведени лѣвѣлан чертам ыдыралыт дѣ тѣи черта лѣвѣланѣи пасна произведенивлѣм сложен, полный произведением сирѣт.

Кок многочленжымат степенъвлѣ когоэм мимѣ семѣнь сирѣш дѣ кѣзѣйт анжыктымлаок умножаш лиэш.

**51. Произведенин высший дон низший членвлѣжѣи.** Анзылныш примерым анжымаш гѣц тенге лѣктеш:

Множимыйын высший членжым множительын высший членеш умножымыкы, произведенин высший членжы плучаялтеш.

Множимыйын низший членжым множительын нисший членеш умножымыкы, произведенин низший членжы плучаялтеш.

Произведенин мол членвлѣжѣи главный буква сагашы показателъвлѣ высший члены гѣц изи, низший члены гѣц кого ылыт, седѣндон произведенин высший дон низший членвлѣан подобный членвлѣ лин ак кердеп.

Произведенин мол членвлѣжѣи таманяр подобный членым икѣиш пижѣикѣимашеш плучаялт кердыт. Тенгеат лин кердеш:

подоб  
пасна  
ти пр

52

ышть  
дый  
произ  
членж  
дени  
чит, г  
добн  
множ  
извед  
Пр  
добн  
кердѣ  
таман  
гѣц

Упра

Ти  
ножаш

7  
7  
8

53

Двуч  
лезно

а)

На

17

Те

пѣитѣ  
лан у

б)

На

19

подобный членвләм цымырымыкы, высший дон низший член гыц пасна, произведеништы цилә член уничтожаялт кердйт. Тидым ти примервләштй ужаш лиэш:

$$\begin{array}{r} x^4 + ax^3 + a^2x^2 + a^3x + a^4 \\ \hline x - a \\ \hline x^5 + ax^4 + a^2x^3 + a^3x^2 + a^4x \\ - ax^4 - a^2x^3 - a^3x^2 - a^4x - a^5 \\ \hline x^5 \qquad \qquad \qquad - a^5 = x^5 - a^5 \end{array}$$

**52. Произведени членвлән шотшы.** Пусть, множимыйшты 5 член, множительшты 3 член лижй. Множимыйын каждый членжым множительын пйтәриш членеш умноженә гынь, произведеништы 5 членым плучаенә; вара множимыйын каждый членжым множительын кокшы членеш умноженә гынь, произведеништы эче 5 членым плучаенә дә пақылаат тенгеок лиэш; значит, произведеништы циләжй 5·3 аль 15 член лиэш. Вообщежй, подобный членвләм цымырымы якте произведени член шотшы множимыйын член шотшы дон множительын член шотшын произведени нәрй лиэш.

Произведени высший членжы дон низший членвләжйлән подобный членвлә уке ылыт, мол членвләжй цилән уничтожаялт кердйт, седьндон подобный членвләм цымырымыкы, кок аль таманяр многочлены произведеништын членвлә шот кокты гыц чыды лин ак керд.

### Упражненивлә.

Ти многочленым  $x$  букван степенвләжй изиэм мимй сембнь сирәш дә уможаш келеш:

78.  $24x + 6x^2 + x^3 + 60$  дә  $12x - 6x^2 + 12 + x^3$ .

79.  $(x^3 - x^2 + x - 1)(x^4 + x^2 - 1)$ .

80.  $(x^5 - ax^4 + a^2x^3 - a^3x^2 + a^4x - a^5)(x + a)$ .

### 53. Многочленвләм умножымы юж формульвлә.

Двучленвләм умножымы техень формульвләм ашйндәрәш полезно ылеш:

а)  $(a + b)^2 = (a + b)(a + b) = a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$ .

Например:

$17^2 = (10 + 7)^2 = 10^2 + 2 \cdot 10 \cdot 7 + 7^2 = 100 + 140 + 49 = 289$ .

Тенге гынь, кок числа суммын квадратшы тинәрй лиэш: пйтәриш числан квадрат плюс пйтәриш числа дон кокшы числан удвоенный произведени дә плюс кокшы числан квадрат.

б)  $(a - b)^2 = (a - b)(a - b) = a^2 - ab - ab - b^2 = a^2 - 2ab + b^2$ .

Например:

$19^2 = (20 - 1)^2 = 20^2 - 2 \cdot 20 \cdot 1 + 1^2 = 400 - 40 + 1 = 361$ .

Тенге гынь, кок числан разностьын квадратшы тиняры лиэш: пйтариш числан квадрат минус пйтариш числа дон кокшы числан удвоенный произведени да плюс кокшы числан квадрат.

в) Кок числан разностьым да вообще алгебраический выраженвлан разностьым алгебраический суммыла сираш лиэш, седьндон анзылынш кок правилым иктйш пижыкташ да тенге келесаш лиэш:

Двучленын квадратшы тиняры лиэш: пйтариш членын квадрат плюс пйтариш член дон кокшы членын удвоенный произведени да плюс кокшы членын квадрат.

Двучленын членжым квадратыш возвышайымы годым, каждый членым йшке знакштыдон нэлэш келеш, тидым ашйндарыда.

Например:

1.  $(2ab - c^2)^2 = (2ab)^2 + 2(2ab)(-c^2) + (-c^2)^2 = 4a^2b^2 - 4abc^2 + c^4.$
2.  $(-m + 3n^3)^2 = (-m)^2 + 2(-m)(3n^3) + (3n^3)^2 = m^2 - 6mn^3 + 9n^6.$
- г)  $(a + b)(a - b) = a^2 + ab - ab - b^2 = a^2 - b^2.$

Например:

$$25 \cdot 15 = (20 + 5) \cdot (20 - 5) = 20^2 - 5^2 = 400 - 25 = 375.$$

Тенге гынь, кок числан суммым ниньн разностеш умножымы, ти числавлан квадратвлаштын разность нары плучаялтеш.

**54. Ти формулывлэм применяйымаш.** Анжыктымы формулывлэ палшымдон многочленвлэм обыкновенно йштймаш дорц куштылгын умножаш лиэш.

Примервлэ.

1.  $(4a^3 - 1)^2 = (4a^3)^2 - 2(4a^3) \cdot 1 + 1^2 = 16a^6 - 8a^3 + 1.$
2.  $(x + y)(y - x) = (y + x)(y - x) = y^2 - x^2.$
3.  $(x + y + 1)(x - y + 1) = [(x + 1) + y][(x + 1) - y] = (x + 1)^2 - y^2 = x^2 + 2x + 1 - y^2.$
4.  $(a - b + c)(a + b - c) = [a - (b - c)][a + (b - c)] = a^2 - (b - c)^2 = a^2 - (b^2 - 2bc + c^2) = a^2 - b^2 + 2bc - c^2.$

**Упражненивлэ.**

$$81. (a + 1)^2; \quad (1 + 2a)^2; \quad \left(x + \frac{1}{2}\right)^2.$$

$$82. (3a^2 + 1)^2; \quad (0,1mx + 5x^2)^2.$$

$$83. (5a - 2)^2; \quad (3x - 2a)^2; \quad \left(3a^2 - \frac{1}{2}\right)^2.$$

84.  $(a + b)^2$  дон  $(a - b)^2$ -лан ылшы формулывлэдон ти квадратвлэм моаш келеш: 101<sup>2</sup>; 997<sup>2</sup>; 96<sup>2</sup>; 57<sup>2</sup>; 72<sup>2</sup>; 89<sup>2</sup>.

$$85. (2m - 3n)^2; \quad (3a^2x - 4ay)^2; \quad \left(0,2x^3 - \frac{3}{8}\right)^2.$$

$$86. \left(\frac{1}{2}x^2 - 3\frac{1}{2}x\right)^2; \quad (0,25p - 0,2q)^2.$$

$$87. (a + 1)(a - 1); \quad (2a + 5)(2a - 5).$$

$$88. (2x - 3)(3 + 2x); \quad (a^2 + 1)(1 - a^2).$$

Ти произведенивләм кѣтѣкемден Ёштен моаш келеш:

$$89. (x^2 + 1)(x + 1)(x - 1); \quad (4x^2 + y^2)(2x + y)(2x - y).$$

$$90. (m + n - p)(m + n + p); \quad [a + (b + c)][a - (b + c)].$$

**55. Кок числан суммыштын куб дә кок числан разностиштын куб.** Двучленным умножымаш формулывләшкѣ эче кок формулым приваенә:

$$а) (a + b)^3 = (a + b)^2(a + b) = (a^2 + 2ab + b^2)(a + b) = \\ = a^3 + 2a^2b + ab^2 + a^2b + 2ab^2 + b^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3,$$

вес статян келесенжѣ, кок числан суммын кубшы тинәрѣ лиэш: пѣтәриш числан куб плюс пѣтәриш числан квадрат дон кокшы числан утроенный произведени плюс пѣтәриш числа дон кокшы числан квадратын утроенный произведени дә плюс кокшы числан куб.

Например:

$$11^3 = (10 + 1)^3 = 10^3 + 3 \cdot 10^2 \cdot 1 + 3 \cdot 10 \cdot 1^2 + 1^3 = \\ = 1000 + 300 + 30 + 1 = 1331.$$

$$б) (a - b)^3 = (a - b)^2(a - b) = (a^2 - 2ab + b^2)(a - b) = \\ = a^3 - 2a^2b + ab^2 - a^2b + 2ab^2 - b^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3,$$

вес статян келесенжѣ, кок числан разностин кубшы тинәрѣ лиэш: пѣтәриш числан куб минус пѣтәриш числан квадрат дон кокшы числан утроенный произведени плюс пѣтәриш числа дон кокшы числан квадратын утроенный произведени дә минус кокшы числан куб.

Например:

$$29^3 = (30 - 1)^3 = 30^3 - 3 \cdot 30^2 \cdot 1 + 3 \cdot 30 \cdot 1^2 - 1^3 = \\ = 27\,000 - 2\,700 + 90 - 1 = 24\,389.$$

Кубыш возвышаймы двучлены членвләжѣм Ёшке знакыштыдон нәлбнә гѣнь, анзылныш кок правилым иктѣш пижѣктен кердѣнә.

Двучлены кубшы тинәрѣ лиэш: пѣтәриш члены кубшы плюс пѣтәриш члены квадрат дон кокшы члены утроенный произведени плюс пѣтәриш член дон кокшы члены квадратын утроенный произведени дә плюс кокшы члены куб.

Например:

$$(2a - 3b)^3 = (2a)^3 + 3(2a)^2(-3b) + 3(2a)(-3b)^2 + (-3b)^3 = \\ = 8a^3 - 36a^2b + 54ab^2 - 27b^3.$$

**Упражненивлә.**

$$91. (a + 1)^3; (a - 1)^3; (2x + 3)^3; (5 + 3x)^3.$$

$$92. \left(\frac{1}{2}m - 2\right)^3; \left(\frac{3}{4}p + \frac{1}{3}q\right)^3; (5 - 3x)^3.$$

#### IV. Алгебраический пайылымаш.

56. Одночленвләм пайылымаш. а) Пайылаш келеш:

$$a^5 : a^2.$$

Делительным частныеш умножымыкы делимый плучаялтеш, умножымы годымжы икань букван показательвләм сложымла, седьндон кычальмь  $a$  букван показательшыкы 2-м привайымыкы, 5 лиэш; техень числажы  $5-2$  разность нәрйи лиэш. Значит:

$$a^5 : a^2 = a^{5-2} = a^3.$$

Эчеят тенгеок мона:

$$x^3 : x^2 = x; \quad y^4 : y = y^3.$$

Значит, ик числанымок степенывләм пайылымыкы, частный ләктеш, ти частныйин показательжы делимыйин показатель гыц делительын показательым лыкмы разность лиэш. Тидым кыткыбн тенге келесаш лиэш: ик числанымок степенывләм пайылымы годым, делимыйын показатель гыц делительын показательым лыкташ келеш.

б) Пайылаш келеш:

$$12a^3b^2x : 4a^2b^2.$$

Пайылымаш определени семьнь, частныйим делителеш умножымыкы, делимый ләкшашлык. Седьндон кычальмь частныйин коэффициентшы 12:4, вес стаян келесенжы 3 лишашлык; делимый  $a$  букван показатель гыц делительын  $a$  букван показательым лыкмыкы,  $a$  букван показательжы плучаялтеш,  $b$  буква частныйышкы совсемок ак пыры,  $x$  букважы ышке показательжыдон частныйышкы ванжа.

Тенге гынь:  $12a^3b^2x : 4a^2b^2 = 3ax$ .

Проверка:  $3ax \cdot 4a^2b^2 = 12a^3b^2x$ .

**Правило.** Одночленым одночленеш пайылымы годым, делимыйын коэффициентым делительын коэффициентеш пайылаш келеш, делимыйын буквалән показательвлә гыц делительын ты буквалән показательвләм лыкташ да делимыйышты ылшы (делительышты ылтымы) букваләм ышке показательыштыдон частныйышкы вашташ келеш.

Примервлә.

1.  $3m^3n^4x : 4m^2nx = \frac{3}{4}mn^3$ .

2.  $-ax^4y^3 : \left(-\frac{5}{6}axy^2\right) = +\frac{6}{5}x^3y$ .

3.  $0,8ax^n : (-0,02ax) = -40x^{n-1}$ .

57. Нулевой показатель. Ик числанымок степенывләм пайылымы годым, делительын показательжы делимыйын показа-

тель нәрби лиэш гынь, частный 1 лишәшлык; например,  $a^2 = a^3 \cdot 1$  ылеш, седьндон  $a^3 : a^3 = 1$ . Ти случайыштат показательвләм лыктына гынь, частныйышты нулевой показателян буквам плучаенә:  $a^3 : a^3 = a^{3-3} = a^0$ . Числам 0 гәнә нәләш акли, седьндон ти показатель тишкевек якте ылшы показательвлән гань значениән агыл. Мә  $a^0$  выражением  $a$  букван икань степенывләм пайылымы годым плучаялтшы частныеш шотлаштынгәлһнә, ти частныйжы 1 ылеш, седьндон  $a^0$ -м 1 вәреш нәлһнә.

### 58. Одночленвләм пайылаш литымь признаквлә.

Цела одночленвләм пайылымыкы, частныйым цела одночлендон сирен анжыкташ акли гынь, тһнәм пайылымашым ёштәш акли маныт. Одночленвләм техень кок случайышты пайылаш акли:

а) Делительышты ылшы буквалә делимыйышты уке годым. Например,  $4ab^2$ -м  $2ax$ -еш пайылаш акли; керек махань цела одночленым  $2ax$ -еш умножымыкы, произведеништы  $x$  плучаялтеш, мәмнән делимыйыштыжы техень буква совсемок уке.

б) Делительыштыш иктә-махань букван показательжы делимыйыштыш букван показатель гыц шуку ылмы годым. Например,  $10a^3l^2 : 5ab^3$  пайылымашым ёштәш акли; керек-махань цела одночленым частныеш сиренә гынят, тһдём делителеш умножымыкы произведеништы  $b$  букваан одночлен лиэш, ти букван показательжы 3 гыц чһдй акли, делимыйыштыжы ти букван показательжы 2 лиэш.

Ик одночлен вес одночленеш ак пайылалт гынь, частныйым пайылымаш знакдон веле анжыкташ лиэш; например,  $4a$ -м  $5b$ -еш пайылымашын частныйжым тенге сирәш лиэш:

$$4a : 5b, \text{ әль } \frac{4a}{5b}.$$

### Упражненивлә.

93.  $8a^5x^3y : 4a^3x^2; 3ax^3 : (-5ax).$

94.  $a^3b : \left(-\frac{5}{6} a^5b\right); 12a^mb^3 : 4ab.$

59. Многочленным одночленеш пайылымаш. Например,  $a + b - c$  многочленным иктә-махань одночленеш пайылаш келеш, ти одночленжым мә  $m$  буквадон сирен анжыктенә:

$$(a + b - c) : m, \text{ әль } \frac{a + b - c}{m}.$$

$a + b - c$  многочлен алгебраический сумма ылеш, а алгебраический суммым иктә-махань числаэш пайылаш келеш гынь, тһ числаэш каждый слагаемыйым пасна пайылаш лиэш. Седьндон:

$$\frac{a + b - c}{m} = \frac{a}{m} + \frac{b}{m} - \frac{c}{m}.$$



Тидым проверкидонат палаш лиэш:  $\frac{a}{m} + \frac{b}{m} - \frac{c}{m}$  многочленым  $m$  делителеш умноженә гынь,  $a + b - c$  делимыйым плучаенә.

**Правило.** Многочленым одночленеш пайылымы годым, многочлены каждый членжым ти одночленеш пайылаш дә плучаялтшы частныйвләм сложаш келеш.

Примервлә.

$$1. (20a^3 - 8a^2 - a) : 4a = 5a^2 - 2a - \frac{1}{4}.$$

$$2. (4x^2 - 2x + 10) : 2x = 2x - 1 + \frac{5}{x}.$$

$$3. \left(\frac{1}{2}x^3 - 0,3x^2 + 1\right) : 2x^2 = \frac{1}{4}x - 0,15 + \frac{1}{2x^2}.$$

**Упражненивлә.**

$$95. (4a^2b + 6ab^2 - 12a^3b^5) : \frac{3}{4}ab.$$

$$96. (36a^2x^5 - 24a^3x^4 + 4a^4x^3) : 4a^2x^3.$$

$$97. (3a^2y - 6a^2y^2 + 3a^2y^3 - 3a^2y^4) : 3a^2y.$$

**60. Одночленым многочленеш пайылымаш.** Например,  $a$  одночленым  $b + c - d$  многочленеш пайылаш келеш. Техень пайылымашты частныйым ни цела одночлендон, ни цела многочлендон сирен анжыкташ акли. Тиштӱ частный цела одночлен әль цела многочлен лимыкы, ти частныйым  $b + c - d$  многочленеш умножымыкы многочлен плучаялтеш, одночлен ак плучаялт (45, 47 §).  $a$ -м  $b + c - d$ -еш пайылымыкы, частныйым пайылымаш знакдон веле сирен анжыкташ лиэш:

$$a : (b + c - d), \text{ әль } \frac{a}{b + c - d}.$$

**61. Многочленым многочленеш пайылымаш.** Многочленым многочленеш пайылымы годым, частныйым шоэн веле цела многочленлә сирен анжыкташ лиэш. Например,

$$(a^2 + 2ab + b^2) : (a + b) = a + b,$$

ӱне

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2.$$

Вообщезӱ, техень частныйым пайылымаш знакдон веле обозначаяш лиэш. Например,  $a - b + c$ -м  $d - e$ -еш пайылымыкы, частныйым тенге сирәт:

$$\frac{a - b + c}{d - e}, \text{ әль } (a - b + c) : (d - e).$$

## 62. Расположенный многочленвләм пайылымаш.

Южнамжы частныйым цела многочленлә анжыкташ лиэш. Тенге бштымашым ти примерышты анжыктенә:

$$(5x^2 - 19x^3 + 17x + 6x^4 - 4) : (1 - 5x + 3x^2).$$

Кок многочленге  $x$  букван степеньжы изиэм мимй семьнь сиренә дә пайылымашым цела числавләм сирймый годшыла сиренә:

$$\begin{array}{r|l}
 6x^4 - 19x^3 + 5x^2 + 17x - 4 & 3x^2 - 5x + 1 \\
 -6x^4 + 10x^3 - 2x^2 & \hline
 \hline
 1\text{-й остаток} \dots & -9x^3 + 3x^2 + 17x - 4 \\
 & +9x^3 - 15x^2 + 3x \\
 \hline
 2\text{-й остаток} \dots & -12x^2 + 20x - 4 \\
 & +12x^2 - 20x + 4 \\
 \hline
 3\text{-й остаток} \dots & 0
 \end{array}$$

Кычылмй частный иктә-махань многочленлән равный ылеш дә ти многочлены членвләжб  $x$  букван степеньжы изиэм мимй семьнь сирймый ылыт, манына.

Делительным частныеш умножымыкы делимый плучаялтеш. Расположенный многочленвләм умножымаш гыц теве мам пәленә: множимыйын высший членжым множительын высший членеш умножымыкы, произведенин высший членжы плучаялтеш. Делимыйышты высший член первый член ылеш, делитель дон частныйыштат высший членвлә первый член ылыт. Значит, делительын 1-й членжым ( $3x^2$ ) частныйын 1-й членеш умножымыкы произведенижы делимыйын 1-й членжы ( $6x^4$ ) лишәшлык. Тишец тенге ләктеш: частныйын 1-й членжым момы годым, делимыйын 1-й членжым делительын 1-й членеш пайылаш келеш. Пайыленәят, частныйын 1-й членжым ( $2x^2$ ) мона. Тидым частныйышты черта лйвәлән сиренә.

Делительын цилә членжым частныйын 1-й членеш умноженә дә плучаялтшы произведением делимый гыц лыктына. Ти произведением делимый лйвәлән сирймый годым, подобный членвләм подобный членвлә лйвәлән сиренә дә вычитаемый членвлән знаквләм мйнгешлә знаквләдон вашталтенә. Лыкмыкы, первый остатокым плучаенә. Ти остаток нуль лиэш гынь, частныйышты 1-й член гыц пасна мол член уке ылмым анжыкта, вес статян келесенжб, частный одночлен ылмым анжыкта. 1-й остаток нуль агыл гынь, тенге рассуждаяш гынгалйна.

Делительын цилә членжым частныйын каждый членеш умножымыкы, делимый плучаялтеш. Делительын цилә членжым частныйын 1-й членеш умножымы произведением ма делимый гыц лыктынна; тенге гынь, 1-й остатокышты делительын цилә членжым частныйын 2-й, 3-й дә мол членвләэшбжәт умножымыкы плучаялтшы произведени ылеш. Остатокышты высший член 1-й член ылеш; делительын высший членжәт 1-й член ылеш; частныйын высший членжы (1-й членым ат лыд гынь) 2-й член ылеш. Значит, остатокын 1-й членжы ( $-9x^3$ ) делительын 1-й членым частныйын 2-й членеш умножымыкы плучаялтшы произведенидон равный

лишашлык. Тенге гынь, частныйын 2-й членжым момы годым, 1-й остатокын 1-й членжым делительын 1-й членеш пайылаш келеш. Пайыленәят, частныйын 2-й членжым —  $3x$ -м мона. Ти членым частныеш сиренә.

Делительын цилә членжым частныйын 2-й членеш умноженә да произведенижым 1-й остаток гыц лыктына. 2-й остатокым плучаенә. Ти остаток нуль лиэш гынь, пайылымаш пыйтышы лиэш; 2-й остаток нуль акли гынь, ма тенге рассуждаяш тыйнгальнә:

Делительын цилә членжым частныйын 3-й, 4-й да мол членвләэшбжәт умножымыкы плучаялтшы произведени 2-й остаток лиэш. Частныйын ти членвләжбй лошты высший член 3-й член ылаш, седьндон 2-й остатокын 1-й членжым делительын 1-й членеш пайыленәят, частныйын 3-й членжым мона. Пайыленәят — 4 плучаялтеш. Делительын цилә членжым — 4-еш умноженә, остаток гыц произведеним лыктына да 3-й остатокым плучаенә. Мәнан примерыштына ти остаток нуль лин; тидбй тебе мам анжыкта: момы членвлә гыц пасна вес членвлә частныйышты лин ак кердеп. 3-й остаток нуль лите ылгецбй, ти остатокын 1-й членжым делительын 1-й членеш пайылаш келеш ылы; тенге бштымбкбй, частныйын 4-й членжы плучаялтеш ылы, пакыдаат тенгеок.

Делимый дон делительым икань букваштын степеньшты когозм мимбй сембнь сирәш лиэш ылы да кызыт келесымләок бшташ лиэш ылы; тбнәм произведенин низший членжы множимыйын низший членжым множительын низший членеш умножымыкы плучаялтшы произведенидон равный лиэш ылы.

Примервлә.

$$\begin{array}{r|l}
 \text{а) } 28x^4 - 13ax^3 - 26a^2x^2 + 15a^3x & 7x^2 + 2ax - 5a^2 \\
 \quad - 8ax^3 + 20a^2x^2 & \hline
 \quad - 21ax^3 - 6a^2x^2 + 15a^3x & 4x^2 - 3ax \\
 \quad \quad + 6a^2x^2 - 15a^3x & \\
 \hline
 & 0
 \end{array}$$

Мә тиштбй делительын 1-й членжым частныйын 1-й, 2-й да мол членвләэшбжәт умножымыкы плучаялтшы произведенивләм сирбделна; ти произведенивлә кыды член лывәлән сирәлтбйт тб члендон равный лит да лыкмы годым нимат ак код (взаимно уничтожаялтыт). Сожок тенге бштәт:

$$\begin{array}{r|l}
 \text{б) } x^3 - a^3 & x - a \\
 \quad + ax^2 & \hline
 ax^2 - a^3 & x^2 + ax + a^2 \\
 \quad + a^2x & \\
 a^2x - a^3 & \\
 \quad + a^3 & \\
 \hline
 & 0
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r|l}
 \text{в) } x^4 - a^4 & x - a \\
 \quad + ax^3 & \hline
 ax^3 - a^4 & x^3 + ax^2 + a^2x + a^3 \\
 \quad + a^2x^2 & \\
 a^2x^2 - a^4 & \\
 \quad + a^3x & \\
 a^3x - a^4 & \\
 \quad + a^4 & \\
 \hline
 & 0
 \end{array}$$

Тиштат тенгеок ынянәш лиэш:  $x^5 - a^5$ ,  $x^6 - a^6$ ... дә вообще  $x^m - a^m$  разностьвлә  $x - a$  разностеш остатоктеок пайылалтыт, вес статян келесенжй, икань степеняк кок числан разностьышты ти числавлән разностеш остатоктеок пайылалтеш.

### 63. Многочленвләм пайылаш литымь признаквлә.

Многочленым многочленеш техень случай годым пайылаш акли:

а) Делимыйын высший членыштыш главный букван показательжы высший членыныштыш тыхень букван показательжы гыц чыды гынь, тынәм частныйын высший членым плучаяш акли.

б) Делимыйын низший членыштыш главный букван показательжы делительын низший членыштыш тыхень букван показатель гыц чыды гынь, тынәм частныйын низший членжым плучаяш акли.

в) Делимыйын высший членжы дон низший членвләштйш главный букван показательвлә делительын высший дон низший членвлән показательвлә гыц чыды агылеп гынят, пайылаш лиэш манын келесәш акли. Техень случай годым пайылаш лиэш аль акли манын келесымь гыц анзыц пайылаш тынтәләш дә частныйышты многочленым плучаяш лимым аль литымьм пәлен шомешкы пайылаш келеш.

### Упражненивлә.

98.  $(x^2 - 3x - 4):(x + 1); (y^2 - y - 2):(y - 2).$

99.  $(6x^3 + 2 - 3x^2 - 4x):(2x - 1).$

100.  $(3ax^5 - 15a^2x^4 + 6a^3x^3):(x^2 - 5ax + 2a^2).$

101.  $(x^6 - a^6):(x^5 + ax^4 + a^2x^3 + a^3x^2 + a^4x + a^5).$

## V. Множительвләш разложымаш.

**64. Предварительный замечани.** Алгебраический пайылы-маш гишән попымы годым, частныйым юж случайыштыжы пайы-лымаш знакдон веле сирен анжыкташ лиэш манын ма келесыш-нә. Тенге сирен анжыктымы выраженивләм, например:

$$\frac{a}{b}, \frac{2x}{3a}, \frac{x^2 - 4x + y^2}{x + y} \text{ алгебраический дробьвлә маныт.}$$

Алгебраический дробьвләмәт, арифметический дробьвлә ганьок, южнамжы сокращаяш лиэш, вес статян келесенжй, делимый дон делительым ниньин общий множителешышты пайылен прос-таэмдәш лиэш. Сокращайымашым куштылгын ыштәш лижы ма-нын, алгебраический выраженивләм множительвләш пайылаш тыменяш келеш (арифметикыштыжы дробьым сокращайымы го-дым, цела числавләм множительвләшыштй разложен мышташ келеш).

**65. Цела одночленвләм разложымаш.** Иктә-махань це-ла одночленым нәлйинә, например  $6a^2b^3$ -м. Тиды произведени-влеш, седьндон тидым множительвләш разложаш лиэш. Тенге:

$$6a^2b^3 = 2 \cdot 3 (aa) (bbb) = 2 \cdot 3aabb.$$

Ти сомножительвләм иктә-махань группывләшкы пижыктымыкы (умноженин сочетательный свойство семейнь бштен), ти одночленым шуку статян разложен кердынә, например:

$$6a^2b^3 = (6a)(ab^3) = (2a^2b)(3b^2) = (3ab^2)(2ab).$$

**66. Многочленвләм разложымаш.** Многочленым много-членеш разложаш лимы проста случайвләм анжыктенә.

а)  $(a + b - c)m = am + bm - cm$  ылеш,  
мынгешлә сирымыкы тенге лиэш:

$$am + bm - cm = (a + b - c)m.$$

Тенге гынь, многочленын цилә членыштыжы общий множитель улы гынь, ти множительым скобка брдыш лыкташ лиэш.

Например:

1.  $x^6 - 2x^2 + 3x = x(x^5 - 2x + 3)$ .
2.  $16a^2 - 4a^3 = 4a^2(4 - a)$ .
3.  $5m(x - 1) + 3n(x - 1) = (x - 1)(5m + 3n)$ .

б)  $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$  ылеш,  
мынгешлә сирымыкы тенге лиэш:

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b).$$

Тенге гынь, двучлен ик числан квадрат гыц вес числан квадратым лыкмым анжыкта гынь, ты двучленным ти числавлән сумма дон разностьын произведеништыдон вашталташ лиэш.

Например:

1.  $x^2 - 4 = x^2 - 2^2 = (x + 2)(x - 2)$ .
2.  $y^2 - 1 = y^2 - 1^2 = (y + 1)(y - 1)$ .
3.  $9a^2 - \frac{1}{4} = (3a)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \left(3a + \frac{1}{2}\right)\left(3a - \frac{1}{2}\right)$ .
4.  $25x^2 - 0,01 = (5x)^2 - 0,1^2 = (5x + 0,1)(5x - 0,1)$ .
5.  $m^4 - n^4 = (m^2)^2 - (n^2)^2 = (m^2 + n^2)(m^2 - n^2) = (m^2 + n^2)(m + n)(m - n)$ .
6.  $x^2 - (x - 1)^2 = [x + (x - 1)][x - (x - 1)] = (x + x - 1)(x - x + 1) = 2x - 1$ .

в)  $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$  дә  $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

ылеш, мынгешлә сирымыкы тенге:

дә  $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2 = (a + b)(a + b)$  лиэш,  
 $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2 = (a - b)(a - b)$ .

Значит, трехчлен иктә-махань кок числан квадратын сумма ылеш дә ти числавлән удвоенный произведениэш когоэмдымы аль изиэмдымы ылеш гынь, ти трехчленным ти числавлән суммын аль разностьын квадратдон вашталташ лиэш.

Примервлә.

1.  $a^2 + 2a + 1$ .

$1 = 1^2$  дә  $2a = 2 \cdot a \cdot 1$ ; седьндон:  $a^2 + 2a + 1 = (a + 1)^2$ .

2.  $x^4 + 4 - 4x^2$ .

Тиштѣ  $x^4 = (x^2)^2$ ,  $4 = 2^2$  дә  $4x^2 = 2x^2 \cdot 2$ ; седьндон:

$$x^4 + 4 - 4x^2 = (x^2 - 2)^2.$$

Тенгеят сираш лиш:  $x^4 + 4 - 4x^2 = (2 - x^2)^2$ . Тиштѣ ти дву-членвләм:  $x^2 - 2$  дә  $2 - x^2$  квадратыш возвышайымыкы, трех-член плучаялгеш, членвләжѣн порядоқышты веле тѣхень ак ли:

$$(x^2 - 2)^2 = x^4 - 4x^2 + 4; (2 - x^2)^2 = 4 - 4x^2 + x^4.$$

3.  $-x + 25x^2 + 0,01$ .

Тиштѣ кок квадрат улы:  $25x^2 = (5x)^2$  дә  $0,01 = 0,1^2$ .  $5x$  дон  $0,1$  числавлән удвоенный произведеништы  $2 \cdot 5x \cdot 0,1 = x$  лиш. Ти трехчленышты кок квадратке  $+$  знакан ылыт, удвоенный произведенижы (вес статья келесенжѣ  $x$ ) — знакан ылеш, седьндон:

$$-x + 25x^2 + 0,01 = 25x^2 - x + 0,01 = (5x - 0,1)^2 = (0,1 - 5x)^2.$$

4.  $-x^2 - y^2 + 2xy$ .

Тиштѣ —знакым скобка өрдѣш лыктына:  $-(x^2 + y^2 - 2xy)$ . Скобкывлә көргѣшты ылыш трехчлен  $(x - y)^2$  ылеш. Значит:

$$-x^2 - y^2 + 2xy = -(x^2 + y^2 - 2xy) = -(x - y)^2 = -(y - x)^2.$$

г) Кынамжы многочленым многочленвләэш разложаш лиш: тенге бштымѣ годым многочлены членвләжѣм группывләшкѣ пижѣктят.

Например:

1.  $ax + ay + bx + by = (ax + ay) + (bx + by) =$   
 $= a(x + y) + b(x + y) = (x + y)(a + b).$

2.  $12 - 4x - 3x^2 + x^3 = (12 - 4x) - (3x^2 - x^3) =$   
 $= 4(3 - x) - x^2(3 - x) = (3 - x)(4 - x^2) = (3 - x)(2 + x)(2 - x).$

3.  $m^2 + n^2 - 2mn - p^2 = (m^2 + n^2 - 2mn) - p^2 = (m - n)^2 - p^2 =$   
 $= (m - n + p)(m - n - p).$

4.  $x^2 - y^2 + 6y - 9 = x^2 - (y^2 - 6y + 9) = x^2 - (y - 3)^2 =$   
 $= [x + (y - 3)][x - (y - 3)] = (x + y - 3)(x - y + 3).$

д) Кынамжы палшыш членвләм пырташ аль иктә-махань членым кок членеш разложаш полезно ылеш.

Например:

1.  $a^3 - b^3 = a^3 - a^2b + a^2b - b^3 = a^2(a - b) + b(a^2 - b^2) =$   
 $= a^2(a - b) + b(a + b)(a - b) = (a - b)[a^2 + b(a + b)] =$   
 $= (a - b)(a^2 + ab + b^2).$

2.  $a^3 + b^3 = a^3 + a^2b - a^2b + b^3 = a^2(a + b) - b(a^2 - b^2) =$   
 $= (a + b)[a^2 - b(a - b)] = (a + b)(a^2 - ab + b^2).$

3.  $2x^2 + 3xy + y^2 = 2x^2 + 2xy + xy + y^2 = 2x(x + y) + (x + y) =$   
 $= (x + y)(2x + y).$

### Упражненивлӓ.

102.  $2a + 2x$ ;  $ax + ay$ ;  $4y^2 - 6xy$ .  
 103.  $4ax - 2ay$ ;  $6x^2y + 9xy^2$ .  
 104.  $12a^2b - 9a^2b^2 + 6ab^3$ ;  $xy^2 - 7xy + 4x^2y$ .  
 105.  $m^3 - n^2$ ;  $a^2 - 1$ ;  $1 - a^2$ .  
 106.  $x^2 - 4$ ;  $m^2 - 9$ ;  $4x^2 - y^2$ .  
 107.  $\frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{9}y^6$ ;  $0,01a^6 - 9$ ;  $3a^5 - 48ab^8$ .  
 108.  $(x - y)^2 - a^2$ ;  $9(a + 2b)^2 - 1$ ;  $a^2 - (b + c)^2$ .  
 109.  $(x + y)^3 - (x - y)^2$ ;  $16x^2 - 4(x + y)^2$ .  
 110.  $x^2 - 2xy + y^2$ ;  $m^3 + n^2 + 2mn$ .  
 111.  $2ab + a^2 + b^2$ ;  $a^2 - 4ab + 4b^2$ .  
 112.  $x^3 + 8x + 16$ ;  $x^2 + 1 + 2x$ .  
 113.  $5a^3 - 20a^2b + 20ab^2$ .  
 114.  $a^3 + 2ab + b^2 - c^3$ ;  $a^2 - b^2 - 2bc - c^2$ .  
 115.  $ax + bx + ay + by$ ;  $ac - ad + bd - bc$ .  
 116.  $a^2 + ab - a - b$ ;  $xz - 3y - 3z + xy$ .  
 117.  $4mn + xy - 2nx - 2my$ ;  $8a^3 - 12a^2 - 18a + 27$  (3 множительлӓн).

## VI. Алгебраический дробьвлӓ.

**67. Алгебраический дробь арифметический дробь гыц отличаялтмаш.** Кок алгебраический выражением пайылымыкы плучаялтшы частныйым алгебраический дробь маныт. Например, техень выраженивлӓ алгебраический дробь ылыт:

$$\frac{a}{b}, \frac{a+b}{c-d}, \frac{2x^2 - x + 5}{x+2}$$

Алгебраический дробьын юж особенностьвлӓжым анжен лӓктӓнӓ.

$\frac{a}{b}$  дробьым нӓлӓнӓ; ти дробьын численный величинажым мона: пӓтӓри  $a = 12$  дӓ  $b = 4$  ылмы годым; вара  $a = 3$  дӓ  $b = 7$  ылмы годым; вара эче  $a = -20$  дӓ  $b = 30$  ылмы годым; остаткаэшӓжӓй  $a = 0$  дӓ  $b = 3$  ылмы годым. Плучайымы числавлӓнӓ техеньвлӓ лит:  $3, \frac{3}{7}, -\frac{2}{3}$  дӓ  $0$ . Тенге гынь:

алгебраический дробьын численный величинажы цела дӓ дробьан, положительный дӓ отрицательный числа дӓ нулят лин кердеш.

$a$  дӓ  $b$ , задача услови сембӓн, махань-шон численный значениӓн лин кердыт, седӓндон:

алгебраический дробьын числительжы дӓ знаменательжы каждый пасна цела дӓ дробьан, положительный дӓ отрицательный числа лин кердыт. Дробьын числительжат нульыш обращаялт кердеш; дробьын знаменательжы нульыш обращаялтеш гынь, тӓнӓм нуль ышке значенижым ямда (нулеш пайылаш акли).

Тенге гынь, алгебраический дробьын понятижы арифметический дробьын гыц кого ылеш. Арифметический дробьым алгебраический дробьын частный случайжыла веле шотаяш лиэш.

**68. Дробьын основной свойствыжы.** Дробь—числительным знаменателеш пайылымыкы плучаялтшы частный ылеш, а делимый дон делительным икань числаэшок (нуль гыц пасна, 34 §, г) умножымыкы (аль пайылымыкы), частный ак вашталт, седьндон ти свойство дробьланат ярал ылеш, вес статья келесенжы тенге лиэш: дробьын числительжы дон знаменательжым икань числаэшок (нуль гыц пасна) умноженā (аль пайыленā) гынь, дробьын величинажы ак вашталт. Например,  $-\frac{2}{3}$  дробьын числитель

дон знаменательжым  $-\frac{4}{9}$ -еш умноженā гынь, тиняртым плучаенā: первиш дробь

$$-\frac{2}{3} : \frac{7}{5} = -\frac{10}{21}$$

у дробь

$$\begin{aligned} \left[ \left( -\frac{2}{3} \right) \cdot \left( -\frac{4}{9} \right) \right] : \left[ \frac{7}{5} \cdot \left( -\frac{4}{9} \right) \right] &= \left( +\frac{8}{27} \right) : \left( -\frac{28}{45} \right) = \\ &= -\frac{8 \cdot 45}{27 \cdot 28} = -\frac{360}{756} = -\frac{10}{21} \end{aligned}$$

тиштāt дробьын величинажы первишок кодын.

Дробьын ти свойствыжым пользываен, мā алгебраический дробьвлāдонат арифметический дробьвлāлāн арифметикышты анжыктымы гань преобразованивлām йштен кердйнā, вес статья келесенжы, лиэш гынь, дробьвлām сокращаен кердйнā, келеш гынь, ик знаменательным йштен кердйнā.

**69. Дробьын членвлājым цела видāным йштймāш.**

Дробьын членвлājāt дробь ылмы годым, тй членвлām иктā-махань ярал числаэш аль алгебраический выражениэш умножымыкы, тй дробьвлā гыц ытлен кердйнā. Например:

1)  $\frac{3}{4} \frac{a}{b}$ ; ти дробьын кок членге 4-еш умножымыкы,  $\frac{3a}{4b}$  лиэш;

2)  $\frac{2}{3} \frac{m}{7} \frac{n}{8}$ ; ти дробьын кок членге 24-еш умножымыкы,  $\frac{16m}{21n}$  лиэш;

3)  $\frac{ax-1}{1-x}$ ; ти дробьын кок членге  $x$ -еш умножымыкы,  $\frac{ax^2-x}{x-1}$  лиэш.



### Упражненивлә.

Дробьвлән членыштым пела видәнйым бшталш келеш:

$$118. \frac{5x}{7y}; \quad 0,3ab; \quad \frac{a^3}{1-\frac{3}{8}b}; \quad \frac{m}{2,36n} \quad 119. \frac{\frac{3}{4}ab}{\frac{5}{6}x^2}; \quad \frac{3\frac{1}{2}a^3}{3-b}; \quad \frac{3x-\frac{1}{4}}{a-b}.$$

$$120. \frac{2\frac{1}{8}(a+b)}{4\frac{1}{4}}; \quad \frac{3a-\frac{7}{3}}{1-\frac{1}{6}a} \quad 121. \frac{ax+b+\frac{c}{x}}{ax+1}; \quad \frac{1+\frac{a}{x}-\frac{b}{x^2}}{1-\frac{1}{x}}.$$

### 70. Дробьын членвләжйн знаквләм вашталтымаш.

Дробьын числитель дон знаменательжы анзылныш знакым противоположный знакдон вашталтымаш, нинйым — 1-еш умножымашдон иканьок ылеш, тенге бштймәшеш дробьын величинажы ак вашталт. Например:

$$\frac{-8}{-2} = 2 \quad \text{дә} \quad \frac{+8}{+4} = 2; \quad \frac{-10}{+2} = -5 \quad \text{дә} \quad \frac{+10}{-2} = -5.$$

Дробьын иктә-махань членжы анзылныш знакым вашталтенә дә гйнәмок дробь анзылныш знакымат вашталтенә гйнь, дробьын величинажы ак вашталт. Например:

$$\frac{-10}{+2} = -5; \quad \frac{-10}{-2} = +5; \quad \frac{+10}{+2} = +5.$$

Дробьын ти свойствывләжйм дробьым преобразовайымаштат кынамжы пользываяш лиэш, например:

$$\frac{m^2 - n^2}{n - m} = \frac{m^2 - n^2}{-(n - m)} = \frac{(m + n)(m - n)}{m - n} = -(m + n).$$

### Упражненивлә.

Ти дробьвлән числительыштын дә знаменательыштын знаквләм вашталташ келеш:

$$122. \frac{1-x}{-x}; \quad \frac{-3a^2}{a-b}; \quad \frac{1-a}{2-b}.$$

$$123. \frac{-a^2 - b^2 + 2ab}{b-a}; \quad \frac{1-m^2}{-m+1}.$$

124. Дробьвлән величинаштым вашталтыдеок, каждый дробь анзылан — знакым шйндәш келеш:

$$\frac{-3a}{6}; \quad \frac{5x^2}{-3}; \quad \frac{1-a}{b}; \quad \frac{a}{2-x}; \quad \frac{m^2-n^2}{n-m}.$$

71. Дробьвләм сокращайымаш. Алгебраический дробьын числительжы дон знаменательжын общий множительвлә ылым годым, дробьым простаэмдәш лиэш.

Примервлӓ.

$$\frac{48ab}{60ac} = \frac{4b}{5c}, \quad \frac{3a^2b}{7a^3b} = \frac{3}{7a}, \quad \frac{160a^3b^2cd^2}{120a^3b^5c} = \frac{4a^2d^2}{3b^3}.$$

Ти примервлӓ гыц теве ма каеш:

дробьвлӓм сокращаймы голым, числитель дон знаменательын коэффициентын нинь наибольшый делителешышты сокращаят, общий буквенный множительвлӓм числитель дон знаменательышты ылшы общий степенеш сокращаят.

Дробьын числительжы ӓль знаменательжы (ӓль числитель дон знаменательжы) многочлен ылыт гынь, ти многочленвлӓм множительвлӓш разложаш келеш (66 §-шты анжыктымла); икань множительвлӓ лит гынь, дробьым ты множителеш сокращаяш лиэш.

Примервлӓ.

$$\frac{6x^2 + 8xy}{9xy + 12y^2} = \frac{2x(3x + 4y)}{3y(3x + 4y)} = \frac{2x}{3y};$$

$$\frac{x^2 - 1}{2x + 2} = \frac{(x + 1)(x - 1)}{2(x + 1)} = \frac{x - 1}{2} = \frac{1}{2}(x - 1)$$

(2-еш пайылымаш вӓреш  $\frac{1}{2}$ -еш умножымашым шӓндӓмӓ).

Упражненивлӓ.

Дробьвлӓм сокращаяш келеш:

125.  $\frac{7}{7x}, \frac{2m}{3m^2}, \frac{4a^2b}{6ab^2}, \frac{42x^3y^3}{112x^2y^3}.$

126.  $\frac{12ab}{8ax}, \frac{3a^2bc}{12ab^2}, \frac{48a^3x^2y^4}{45a^2xy}.$

127.  $\frac{ab}{a^2 + ab}, \frac{9xy}{3x^2 - 3xy}, \frac{4a + 8}{4a - 8}.$

128.  $\frac{a^2 + a}{a^2 - a}, \frac{x - 3}{x^2 - 9}, \frac{a^2 + a}{a^2 - 1}.$

129.  $\frac{x(x - 1)^2}{2x^2(x - 1)(x + 1)}, \frac{ax + x^2}{3bx - cx^2}, \frac{5a^3 + 5ax}{a^3 - x^2}.$

130.  $\frac{(a + b)^2(a - b)^2}{a^2 - b^2}, \frac{p^2 - 1}{(1 + py)^2 - (p + y)^2}.$

72. Дробьвлӓм общий знаменателяным ыштымӓш.

а) Дробьвлӓм нӓлӓнӓ. Ти дробьвлӓн знаменательышты буквенный одночлен ылеш. Например:

$$\frac{a}{2b}, \frac{c}{3ab}, \frac{d}{5ab^2}.$$

Тиштй общий знаменателеш  $30ab^2$ -м нэлэш келеш. Тынэм дополнительный множительвлә техеньвлә лит:  $15ab$ ,  $10b$  дә  $6$ .

$$\frac{\overbrace{a}^{15ab}}{2b} = \frac{15a^2b}{30ab^2}; \quad \frac{\overbrace{c}^{10b}}{3ab} = \frac{10bc}{30ab^2}; \quad \frac{\overbrace{d}^6}{5ab^2} = \frac{6d}{30ab^2}.$$

Әче вес примерым нәлйнә:

$$\frac{a}{12b^2c}; \quad \frac{3b}{8a^3c^4d^2}; \quad \frac{5c}{18ab}.$$

Общий знаменатель цилә знаменателеш пайылалтшашлык ылеш. Пумы коэффициентвлән общий наименьший кратныйышты общий знаменательын наименьший коэффициент ылеш. Буквенный сомножительвлә общий знаменательышкы знаменательыштыш каждый степенеш пайылалтшы степеня лн пырышты. Значит, ти примерышты общий знаменательын коэффициентеш  $12$ ,  $8$  дә  $18$  числан общий наименьший кратныйым, вес стаян келесенжй  $72$ -м нәлшәшлык ылына.  $a$  множительым  $3$ -ан показательдон нәлэш келеш,  $b$  множительым  $2$ -ан показательдон дә молымат тенгеок йштәш келеш. Общий знаменатель техень лиэш:  $72a^3b^2c^4d^2$ .

Дополнительный множительвлә техеньвлә лит:  $6a^3c^4d^2$ ,  $9b^2$  дә  $4a^2bc^4d^2$ .

$$\frac{\overbrace{a}^{6a^3c^4d^2}}{12b^2c} = \frac{6a^4c^4d^2}{72a^3b^2c^4d^2}; \quad \frac{\overbrace{3b}^{9b^2}}{8a^3c^4d^2} = \frac{27b^3}{72a^3b^2c^4d^2}; \quad \frac{\overbrace{5c}^{4a^2bc^4d^2}}{18ab} = \frac{20a^2bc^5d^2}{72a^3b^2c^4d^2}.$$

Ти примервлә гйц тенге ләктеш.

Одночленән знаменателян иктә-маняр алгебраический дробьын общий знаменательым момы годым, тй дробьвлән знаменательвләштн коэффициентыштын общий наименьший кратныйым нәлэш келеш, вара знаменательыш пырышы сек кого степеня буквенный множительвләм нәлэш келеш; ти множительвлән произведеништы пумы дробьвләлән общий знаменатель лиэш.

б) Ынде, знаменательвләжй — многочлен ылшы дробьвләм нәлйнә; например:

$$\frac{x}{a-b}; \quad \frac{y}{a+b}; \quad \frac{z}{a^2-b^2}.$$

Каждый знаменательым множительвләш разложенә. Пйтәриш кок множительжым разложаш акли, кымшыжы тинәрбй лиэш:  $(a+b)(a-b)$ . Значит, общий знаменатель  $a^2-b^2$  лиэш; тйнән плучаялтеш:

$$\frac{\overbrace{x}^{ax+bx}}{a-b} = \frac{ax+bx}{a^2-b^2}; \quad \frac{\overbrace{y}^{ay-by}}{a+b} = \frac{ay-by}{a^2-b^2}; \quad \frac{z}{a^2-b^2}.$$

в) Южнамжы знаменательвлә лошты ик мыжыр знаменательынат общий множительышты уке

ли эш. ТЫнәм арифметикыштышла Ыштәш келеш: каждый дробьын числительным дә знаменательным мол дробьвләжын знаменательвлән произведениэш умножаш келеш.

Например.

$$1. \frac{a}{3m}; \frac{2b}{5n}; \frac{3c}{2p}; \dots \frac{a \cdot 5n \cdot 2p}{3m \cdot 5n \cdot 2p}; \frac{2b \cdot 3m \cdot 2p}{5n \cdot 3m \cdot 2p}; \frac{3c \cdot 3m \cdot 5n}{2p \cdot 3m \cdot 5n}, \text{ вес статял}$$

$$\text{келесенжы } \frac{10 \text{ } a n p}{30 \text{ } m p r}; \frac{12 \text{ } b m p}{30 \text{ } m p r}; \frac{45 \text{ } c m n}{30 \text{ } m p r}.$$

$$2. \frac{a}{a+b}; \frac{b}{a-b}; \dots \frac{a(a-b)}{(a+b)(a-b)}; \frac{b(a+b)}{(a+b)(a-b)}, \text{ вес статял}$$

$$\text{келесенжы } \frac{a^2 - ab}{a^2 - b^2}; \frac{ab + b^2}{a^2 - b^2}.$$

### Упражненивлә.

Дробьвләм ик знаменательным Ыштәш келеш:

$$131. \frac{3}{a}; \frac{4}{6}; \frac{x}{3y}; \frac{y}{4x}; \frac{x}{4}; \frac{4}{x}.$$

$$132. \frac{2}{a}; \frac{3}{b}; \frac{1}{2c}; \frac{7x}{4a^2}; \frac{2}{3b^2}; \frac{4b^2}{5x}.$$

$$133. \frac{5xy}{3a^2bc}; \frac{3ab}{4mx^2y}; \frac{x}{4ab}; \frac{y}{8a^3b^2}.$$

$$134. \frac{3}{8ab}; 3x; \frac{a}{5x^3} \left( 3x \text{-м } \frac{3x}{1} \text{ дробьла сирьдә} \right).$$

$$135. \frac{x+y}{2x-2y}; \frac{x-y}{3x+3y}; \frac{1}{m+1}; \frac{2}{m^2-1}; \frac{3}{m-1}.$$

$$136. \frac{2}{x^2-2x+1}; \frac{3a}{x-1}; \frac{1}{x-1}; \frac{2}{2x-1}; \frac{1}{(x-1)(2x-1)}.$$

$$137. \frac{x}{28a^3b^2}; \frac{y}{21a^2b}; \frac{a-b}{b}; \frac{2a}{a-b}; \frac{1}{a^2-b^2}.$$

**73. Дробьвләм сложымаш дон лыкмаш.** Многочленным одночленеш пайылымы правило семьнь (59 §) мә тенге сирен кердӱнә:

$$\frac{a+b+c}{m} = \frac{a}{m} + \frac{b}{m} + \frac{c}{m}; \quad \frac{a-b}{m} = \frac{a}{m} - \frac{b}{m}.$$

Ти равенствывләм вургымла вецӱн шалахай векӱлә лыдымы, тенге ләктеш.

1. Икань знаменателян дробьвләм сложымы годым, тӱ дробьвлән числительыштым сложаш дә сумма лӱвӱлән тӱ знаменательымок сирӱш келеш.

2. Икань знаменателян дробьвләм лыкмы годым, тӱ дробьвлән числительыштым лыкташ дә разность лӱвӱлән тӱ знаменательымок сирӱш келеш.

Сложаш алы лыкташ пумы дробьвлан знаменательышты икань агыл гынь, пйтари ты дробьвлан икань знаменателяным бштэм келеш.

На пример:

$$1. \frac{\overbrace{a}^{df}}{b} + \frac{\overbrace{c}^{bf}}{d} + \frac{\overbrace{e}^{bd}}{f} = \frac{adf + cbf + ebd}{bdf}$$

$$2. \frac{\overbrace{3m^2}^{2b}}{10a^2bc} - \frac{\overbrace{5n^2}^{5ac}}{4ab^2} = \frac{6bm^2 - 25acn^2}{20a^2b^2c}$$

$$3. \frac{x+1}{2x-2} - \frac{x^2+3}{2x^2-2}$$

$$2x-2 = 2(x-1)$$

$$\frac{2x^2-2}{2(x+1)(x-1)} = \frac{2(x^2-1)}{2(x+1)(x-1)} \left| \begin{array}{l} \text{доп. множ.} = x+1 \\ \phantom{\text{доп. множ.}} = 1 \end{array} \right.$$

Общий знам.  $2(x+1)(x-1)$

Лыкмыкы результатешыжы плуцаенä:

$$\frac{(x+1)^2(x^2+3)}{2(x+1)(x-1)} = \frac{x^2+2x+1-x^2-3}{2(x+1)(x-1)} = \frac{2x-2}{2(x+1)(x-1)} = \frac{1}{x+1}$$

**Упражненивлä.**

$$138. \frac{1}{a} + \frac{1}{2b} + \frac{1}{3c}; \quad \frac{2}{x^2} + \frac{5}{3x}; \quad \frac{a-1}{2} - \frac{2x+3}{4}$$

$$139. 1 - \frac{5}{x} + \frac{2}{x^2} \left( 1\text{-м } \frac{1}{1} \text{ дробьла сирьдä} \right).$$

$$140. 1 + \frac{x+1}{2}; \quad x - \frac{2(3-x)}{3}; \quad 1 - \frac{2(x-1)}{3}$$

$$141. \frac{2+x}{1+2x} - \frac{2-x}{1-2x} - \frac{1+6x}{4x^2-1}$$

$$142. \frac{2ab}{a^2-b^2} + \frac{b}{a^2-a} - \frac{a^2+b}{a^2+ab}$$

$$143. x \text{ вәреш } \frac{m-x}{n-1} \text{ сирьмыкы, } \frac{mn}{m+n} \text{ дробь махань лиэш?}$$

**74. Дробьвлан умножымаш.** Дробьым дробеш умножымы годым, числительным числительш, знаменательным знаменательш умножаш дä пйтариш произведением числительш, кокшы произведением знаменательш сирäш келеш:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd} \quad (1)$$

Ти правило арифметический дробьым умножымы правило ганы ылеш. Буква вәреш цела положительный числавля веле агыл, дробьвлә да отрицательный числавляат лин кердыт, седьндон  $a$ ,  $b$ ,  $c$  да  $d$  числавля керек-махань числа лит гынят, ти правило алгебраический дробьвләшәт керәл ылмым проверяен анжаш келеш. Пытәри нәлмәштәйна, ти числавля циләнок положительный да дробныйвлә лиштәи. Например:

$$a = \frac{2}{3}, b = \frac{7}{8}, c = \frac{5}{6} \text{ да } d = \frac{9}{4}.$$

Бнде ти числавләм (1) равенствышкы шьнденә, шалахай дон вургымла велнәш частьшым шотаен лыктына да результатвләм төрештәренә, тинәрым плучаенә:

$$\frac{a}{b} = \frac{2}{3} : \frac{7}{8} = \frac{2 \cdot 8}{3 \cdot 7}, \quad \frac{c}{d} = \frac{5}{6} : \frac{9}{4} = \frac{5 \cdot 4}{6 \cdot 9},$$

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{2 \cdot 8}{3 \cdot 7} \cdot \frac{5 \cdot 4}{6 \cdot 9} = \frac{2 \cdot 8 \cdot 5 \cdot 4}{3 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 9}$$

(пытәймешкок ана шотайы).

Бнде (1) равенствын вургымла велнәш частьшым мона:

$$ac = \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{6} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 6}, \quad bd = \frac{7}{8} \cdot \frac{9}{4} = \frac{7 \cdot 9}{8 \cdot 4};$$

$$\frac{ac}{bd} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 6} : \frac{7 \cdot 9}{8 \cdot 4} = \frac{2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot 4}{3 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 9}.$$

Плучайымы результатвләм төрештәрен анжымыкы, нини иканы ылмым ужна (цела числавләм умножымашын переместительный закон сембнь бштенә):  $2 \cdot 8 \cdot 5 \cdot 4 = 2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot 4$  да  $3 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 9 = 3 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 9$ . Тенге гынь, (1) равенство ти случайыштат верно ылеш.

Бнде тенге нәлбн анженә:  $a$ ,  $b$ ,  $c$  да  $d$  числа лошты кыды числажы гынят отрицательный лижы. Например,  $a = -\frac{2}{5}$  ( $b$ ,  $c$

да  $d$  первышәи значениәнок кодыт). Тәинәм  $\frac{a}{b}$  дробь отрицательный лиэш да (1) равенствын шалахай велнәш частьшат отрицательный числа лиэш. Вургымла велнәш частьштыш  $ac$  произведени отрицательный лин, седьндон вургымла велнәш частят отрицательный лиэш. Шалахай велнәш частьшат да вургымла велнәш частьшат абсолютный величинашты первышок кодеш. Значит, (1) равенство ак нарушялт. Мол числавляжы отрицательный лит гынят, (1) равенство верно лиэш.

Ти пример гишән попымна мол примервләшәт керәл лин кердеш; значит,  $a$ ,  $b$ ,  $c$  да  $d$  буквәвләлән керек-махань значеним пуэни гынят, (1) равенство верно лиэш.

**75. Дробьын квадратшы дон кубшы.** Дробьвләм умножымы правилым квадратыш да кубыш возвышаймашты приме-няен анженә. Правило сембнь бштен, тенге ләктеш:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^2 = \frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} = \frac{a^2}{b^2}; \quad \left(\frac{a}{b}\right)^3 = \frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} = \frac{a^3}{b^3}.$$

Тишец тенге ләктеш:

Алгебраический дробьым квадратыш әль кубыш возвышаймы годым, числительным дә знаменательным пасна-пасна ти степеныш возвышаш келеш.

**76. Дробьвләм пайылымаш.** Дробьым дробеш пайылымы годым, пйтәриш дробьын числительным кокшы дробьын знаменателеш умножаш, пйтәриш дробьын знаменательным кокшы дробьын числителеш умножаш дә пйтәриш произведением числителеш нәләш, кокшы произведением знаменателеш нәләш келеш. Например:

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{ad}{bc}.$$

Ти равенство цилә  $a, b, c$  дә  $d$  числаланок верно ылмым пайылымашдон проверяен пәләш лиэш: частным делителеш умноженәәт, мә делимымым плучаенә:

$$\frac{ad}{bc} \cdot \frac{c}{d} = \frac{adc}{bcd} = \frac{a}{b}.$$

**77. Замечанивлә.** 1)  $\frac{ad}{bc} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}$  ылеш, седьндон пайылымаш правилым вес статянат келесәш лиэш:

Дробьым дробеш пайылымы годым, пйтәриш дробьым кокшы дробьын обратнышыжы умножаш келеш.

2) Керек-махань цела алгебраический выраженимок дробьла сирәш лиэш. Тьнәм числительшыты цела выражени лиэш, знаменательшытыжы 1 лиэш; например,  $a = \frac{a}{1}$ ;  $3x^2 = \frac{3x^2}{1}$  дә молат тенгеок. Седьндон, ти правилым дробьвлән дейстивләм ышты-мәшты веле агыл, выраженишыты цела числа ылмы годымат применяш лиэш, цела числажым дробьла веле сирен анжыкташ келеш. Например:

$$a : \frac{b}{c} = \frac{a}{1} : \frac{b}{c} = \frac{ac}{b}.$$

**Упражненивлә.**

$$144. \frac{3x}{5a} \cdot \frac{10ab}{7x^3} ; \frac{1-a}{5x^3} \cdot \frac{x^2}{1-a^2} \quad 145. \frac{4x^2y^2}{15r^4a^3} \cdot 45p^2q^2 ; \frac{x^2-1}{3} \cdot \frac{6a}{x+1}$$

$$146. \left(a + \frac{ab}{a+b}\right) ; \left(b - \frac{ab}{a+b}\right) ; \frac{3a^2b^5c^4}{4x^2y^2z^4} ; \frac{4a^4b^3c^2}{3x^4y^2z^2}$$

$$147. \frac{12a^4b^2}{5mp} : 4ab^2 ; 81a^3b^2 : \frac{27ab^3}{5x^2y}$$

$$148. \frac{a^2+b^2}{a^2-b^2} : \frac{5a^2+5b^2}{a+b} ; \left(x + \frac{xy}{x-y}\right) : \left(x - \frac{xy}{x+y}\right)$$

## ПЕРВЫЙ СТЕПЕНЯН УРАВНЕНИВЛÄ.

## I. Уравненивлән общий свойствывлä.

**78. Равенствывлä дä нйнын свойствывлäштй.** Кок числа äль кок алгебраический выражени = знакдон пижбктймы ылыт гйнь, нйным *равенство* маныт. Числавлäjым äль выраженивлäjым равенствын частышы маныт; = знак гйц шалахай велны ылыш частыым *шалахай велнйш* часть маныт, тй знак гйц вургымла велнй ылыш частыым *вургымла велнйш* часть маныт. Например, ти равенствышты:

$$a + a + a = a \cdot 3$$

шалахай велнйш частышы  $a + a + a$  сумма ылеш, вургымла велжй  $a \cdot 3$  произведени ылеш.

Равенствын каждый частышым ик буквадон сирен анжыктенäт, равенствын главный свойствывлäjым тенге келесен кердбйна:

а)  $a = b$  гйнь, тйням  $b = a$ , вес статьян келесенжй, равенствын частывлäjын вäрыштйым вашталташ лиэш.

б)  $a = b$  дä  $b = c$  гйнь, тйням  $a = c$ , вес статьян келесенжй, кок числа пасна-пасна кымшы числадон икнärй ылыт гйнь, нйны цилänжät икнärй ылыт.

в)  $a = b$  дä  $m = n$  гйнь, тйням  $a + m = b + n$  дä  $a - m = b - n$ , вес статьян келесенжй, икнär числашкы икнär числам приваенä äль икнär числа гйц икнär числам лыктына гйнь, равенство ак нарушаялт.

г)  $a = b$  дä  $m = n$  гйнь, тйням  $am = bn$  дä  $\frac{a}{m} = \frac{b}{n}$ , вес статьян келесенжй, равный числавлäm равный числавлäэш умноженä äль пайыленä гйнь, равенство ак нарушаялт.

Әче тидым пäläш келеш: равенствын кок частышге — 1-еш умножымаш äль пайылымаш равенствын частывлäjй анзылныш знаквлäm вашталтымашдон иканьок ылеш. Тенге, —  $x = -5$  равенствын кок частышге — 1-еш умножымыкы,  $x = 5$  плучаялтеш.

**79. Тождество.** Кок алгебраический выражениш пырышы буквавлä вäреш керек-махань числам шйндймыкй, ик численный величинаок лиэш гйнь, ти выраженивлäm тождественный маныт. Например, техень выраженивлä тождественный ылыт:

$$ab \text{ дä } b\dot{a}; a + (b + c) \text{ дä } a + b + c.$$



Иктä-махань равенствышты кок частьшыге тождественный алгебраический выражени ылыт гынь, техень равенством тождество маныт. Например, техень равенство тождество ылеш:

$$a + b + c = a + (b + c).$$

Равенствышты цифрдон анжыктымы числавля веле ылыт гынят, кок частьшын действивлям йштймыкы, ик числоок ләктеш гынь, тй равенством тождество маныт; например:

$$(40 \cdot 5) : 8 = 5^2.$$

**80. Уравнени.** Мä техень задачым решаш сөренä лижы: äтяжылан 40 и, эргйжылан 17 и. Маняр и эртймыкы äтяжы эргйжы гыц кок пай кого лиэш?

Ти задачым арифметикыштышла решймля решаш трудна. Седьндон решймаштынä букввлäm нälбнä. Кйчälмй числам  $x$ -дон сирен анжыктенä. Тйнам  $x$  и эртймыкы äтяжы  $40+x$  иаш лиэш, эргйжы  $17+x$  иаш лиэш. Задача услови сембнь, äтяжын и шотшы ( $40+x$ ), эргйжын и шотшы гыц ( $17+x$  гыц) кок гäнä шуку лиэш. Тидйм мä равенствыла тенге сирен кердбнä:

$$40 + x = 2(17 + x).$$

Проверяенäät пälенä:  $x = 6$  ылмы годым, ти равенство верно лиэш. Лачокшы гынь, ти значени годым,  $x$  тинäрбй лиэш:

$$40 + 6 = 2(17 + 6); 46 = 46.$$

Ти  $x$  вәреш числам нälмйкы, равенство плучаялтеш.

Ти равенством тождество манаш акли. Тиштй  $x$ -лән вес значеним пумыкы, равенство верно акли.  $x$  вәреш 6-м шбндймыкы веле ти равенство тождествошкы сәрнä:

$$46 = 46.$$

Ик äль таманяр букваан равенствын кок частьшыштыш букввлäжй вәреш ик числам нälмйкы веле равенствын кок частьшы икань численный величинаан лит гынь, тйхень равенством *уравнени* маныт. Букввлäдон анжыктымы числавляжйм уравненин *неизвестный* числавляжй маныт. Ти неизвестный числавлям латинский алфавитын остатка букввлäдон ( $x, y, z \dots$ ) обозначаят.

Уравненивлä ик неизвестныян дä шуку неизвестныян ылыт.

Уравнеништыш неизвестныйвлälән ярал числавлям момаш, вес статья келесенжй, уравненим тождествошкы сәрбшй числавлям момаш уравненим решймаш лиэш. Неизвестный букввалан момы значенивлäm уравненин *кореньжы* маныт.

Ик неизвестныян уравненин кореньжы икты, кокты дä утлаат лин кердеш. Например,  $3x - 2 = 13$  уравненин кореньжы икты (5),  $x^2 + 2 = 3x$  уравненин кореньжы кокты (1 дä 2),  $(x - 1)(x - 2)(x + 1) = 0$  уравненин кореньжы кымыт (1, 2 дä  $-1$ )<sup>1</sup>). Юж уравненижын кореньжы всеок акли. Например,  $x^2 = -4$  уравнени

<sup>1</sup> Иктä-махань сомножитель нуль ылеш гынь, произведениät нуль лиэш, мйнгешлäjät тенгеок лиэш.

техень ылеш; тиштѣ  $x$  вѣреш керек-махань положительный ѡл отрицательный числам шѣнденѡ гѣнѡт, квадратшы отрицательный числа акли.

Задачын услови гѣц лыкмы уравненин кореньжы 6. Тидѣ задачи ответшы ылеш. Лачокок вет, 6 иштѣ ѡтяжѣ 46 иѡш лиѡш, эргѣжѣ 23 иѡц, вес статян келесенжѣ, эргѣжѣ ѡтяжѣ гѣц кок гѡнѡ изи лиѡш.

Тенге гѣнѡ, кыды задачшым решѣмѣ годым, уравнением составляш дѡ тѣдѣм решѡшѡт тыменяш келеш; седѣндон уравненин обѣий свойствывлѡжѣм южшым пѡлѡш келеш.

Примереш, лешѡнгѣ анжыктымы уравненинѡм решенѡ:

$$40 + x = 2(17 + x).$$

Уравненин вургымла велнѣш частын скобкижым пачына:

$$40 + x = 34 + 2x.$$

Уравненин кок частышы гѣцѡт ик  $x$  рядѣ лыктына дѡ плуцаенѡ:

$$40 = 34 + x.$$

Їнде, уравненин кок частышы гѣцѡт 34 рядѣ лыктына дѡ плуцаенѡ:

$$6 = x, \text{ значит, } x = 6.$$

Тенге, уравнением вѡштѡлтылмашвѡдон  $x$ -лѡн 6-м плуцаенѡ.

Мол уравненивлѡмѡт тенгелѡрѡкок решѣмлѡ, тидѣм мѡ пакыла ужына.

### Упражненивлѡ.

149. Ти равенствывлѡ лошты кыдыжым тождество, кыдыжым уравнени мѡнаш лиѡш:

$$\begin{aligned} x + y &= y + x, & (a - b + x)c &= ac - bc + xc, \\ 3a - 4 &= 3a + 1; & 8x + 1 &= 5x + 7; a(bc) = abc; \\ 2x &= x + 1; & (xy):y &= x; a:2b = \frac{a}{2}:b. \end{aligned}$$

**81. Равносильный уравненивлѡ.** Ик уравненин цилѡ кореньжы вес уравненинѡт кореньвлѡжѣ лит гѣнѡ дѡ мѣнгешлѡжѡт, кокшы уравненин цилѡ кореньжы пѣтѡриш уравненин кореньвлѡ лит гѣнѡ, тѣхень кок уравнением равносильныйвлѡ маныт. Например, ти кок уравнени:

$$x^2 + 2 = 3x \text{ дѡ } 3x - 2 = x^2$$

равносильный уравненивлѡ ылыт, нинѣн кореньшыты иканѡкок ылеш, лѣмѣнжок 1 дѡ 2; вес кок уравненижы:

$$7x = 14 \text{ дѡ } x^2 + 2 = 3x$$

равносильныйвлѡ агылеп. Тиштѣ пѣтѡриш уравненин ик корень 2 веле, кокшыштыжы ти корень гѣц пасна эче вес корень 1 улы.

Иктә-махань уравнением решимнә годым, преобразованием бштен уравнениям простаэмден миэнә, сек проста видән якте шо-наат:  $x = a$ . Тынәм мә тенге манына:  $a$  числа ти уравнениян кореньжы ылеш. Преобразованием бштен мимәштгй плучайымы уравнениевлә пумы уравнениедон равносильный ылмым бинянимбкйнә ижй, ти уравнениевлә равносильный ылыт манын кердынә.

Уравнение кок свойство гишән веле уравнениевлән преобразованием бштен кердынә. Ти свойствывләм бнде анжен ләктынә.

**82. Уравнениевлән пйтәриш свойствышты.** Иктә-махань уравнением нәлбн анженә, например:

$$x^2 + 2 = 3x. \quad (1)$$

Ти уравнение кок частьшкыжат ик числамок  $m$ -м (положительныйым, отрицательныйым аль нулым) приваенә дә у уравнением плучаенә:

$$x^2 + 2 + m = 3x + m. \quad (2)$$

Ти уравнение пумы уравнениедон равносильный ылмым бнде доказываенә. Тидй гишән тебе мам пәләш келеш: (1) уравнение керек-махань кореньжы (2) уравнениевлән ярал лит гйнь; мбнгешләжәт тенгеок: (2) уравнение керек-махань кореньжы (1) уравнениевлән ярал лит гйнь, ти кок уравнение равносильный лит.

а) Пусть (1) уравнение иктә-махань кореньжы улы лижй, например,  $x = 1$ . Тидй тебе мам анжыкта: ти уравнениешкы  $x$  вәреш 1-м шбнденә гйнь,  $x^2 + 2$  выражени  $3x$  выраженидон равный лиэш (ти выражениевлә каждыйжок 3-ан числашкы сәрнәлтйт). Равный числавләшккы (3 дә 3) икань числамок ( $m$ -м) приваенә гйнь, ( $3 + m$  дә  $3 + m$ ) равный числавләм плучаенә, седбндон  $x = 1$  ылмы годым,  $x^2 + 2 + m$  дон  $3x + m$  сумма равный лит. Значит,  $x = 1$  корень (2) уравнениенәт кореньжы лишәшлык. (1) уравнение эче вес кореньжы улы гйнь, тй коренят  $x = 1$  корень ганьок (2) уравнениевлән ярал лиэш. Тенге гйнь, (1) уравнение каждый кореньжы (2) уравнениенәт кореньжы лит.

б) (2) уравнение иктә-махань кореньжы улы лижй, например  $x = 2$ . Тидй тебе мам анжыкта: ти уравнениешкы  $x$  вәреш 2-м шбнденә гйнь,  $x^2 + 2 + m$  выражени  $3x + m$  выраженидон равный лиэш (ти выражениевлә каждыйжок  $6 + m$ -ан числаш сәрнәлтйт). Равный числавлә гйц ( $6 + m$  дон  $6 + m$ ) икань числамок ( $m$ -м) лыктына гйнь, равный числавләм плучаенә, седбндон  $x = 2$  ылмы годым  $x^2 + 2$  дон  $3x$  выражениевлә равный лит. Значит,  $x = 2$  корень (1) уравнениенәт кореньжы лиэш. (2) уравнение эче вес кореньжы улы ылгецй, тй корень гишәнәт  $x = 2$  корень гишән келесымбмок келесен кердынә ылы, вес статян келесенжй, тй вес коренят (1) уравнениевлән ярал лиэш ылы.

Значит, (2) уравнение керек-махань кореньжәт, (1) уравнение кореньжы лишәшлык.

(1) дон (2) уравнение кореньшты икток ылеш гйнь, ти кок уравнение равносильный ылыт. Иктә-махань числам лыкмаш, тй числамок ваштарешлә знакдон привайымдон икток ылеш, седбн-

дон уравнения частьвлэжы гыц ик числамок лыкмы годымат ти свойство ярал ылеш.

Тенге гыиь, уравнения кок частьшыкыжат ик числамок приваеня аль ик числамок лыктына гынь, пытариш уравненилан равносильный у уравнением плучаеня.

**83. Следствивля.** Ти свойство гыц следствивлям лыкташ лиэш, нивы уравненивлэм решымы годым шыренок пользуваеш керал лит.

**1. Уравнения членвлэм тыдын ик частьшы гыц вес частьшы вашташ лиэш.** Ваштымы годым членвлэн знакыштым обратный знакдон вашталташ келеш. Например,  $8 + x^2 = 7x - 2$  уравнения кок частьшыкыжат 2 ряды привайымыкы, тинарым плучаеня:

$$8 + x^2 + 2 = 7x,$$

Вургымла часть гыц  $-2$  член салахай частьшы  $+$  знакдон ванжен. Остатка уравнения гыц  $x^2$  ряды лыкмыкы, плучаеня:

$$8 + 2 = 7x - x^2.$$

$+x^2$  член салахай часть гыц вургымла частьшы обратный знакдон ванжен.

**2. Икань знакан кок икань член уравнения кок частьшытат ылыт гынь, ты членвлэм уничтожаяш лиэш.** Например:

$$6x + 3 = x^2 + 3$$

уравнения пумы лижы. Ти уравнения кок частьшы гыцят 3 ряды лыктына гынь, тинарым плучаеня:

$$6x = x^2.$$

**84. Уравненивлэн кокшы свойствышты.** Ти уравненимок

$$x^2 + 2 = 3x \tag{1}$$

налбйна да кок частьге иктя-махань  $m$  числаэш умноженя. Ти числажы положительныят да отрицательныят лин кердеш (нуль веле бинжы ли). Умножымыкына у уравнением плучаеня:

$$(x^2 + 2)m = 3xm. \tag{2}$$

Ти кок уравнения равносильный ылмым палаш манын, пытариш свойство годшылаок рассуждаяш тынгалбйна. Лымынжок, тенге лиэш: (1) уравнения керек-махань кореньжят (2) уравненилан ярал лиэш, мбнгешляжят тенгеок: (2) уравнения керек-махань кореньжят (1) уравненилан ярал лиэш.

а) (1) уравнения иктя-махань кореньжы улы лижы, например  $x=1$ . Тиды тебе мам анжыкта: уравнения  $x$ -шы вяреш 1-м шындымыкы,  $x^2 + 2$  выражени  $3x$  выражени нарбы лиэш (каждый выражени 3-ан числашкы сарна). Но  $x=1$  ылмы годым,  $(x^2 + 2)m$  да  $3xm$  произведенивляят равнывлэ лит. Равный числавлям (3 да 3-м) ик числаэш ( $m$ ) числаэш умноженя гынь, равный числавлямок

( $3t$ -м да  $3t$ -м) плучаенä. Значит,  $x=1$  корень (2) уравнениät кореньжы лишäшлык. Тидьвлäм (1) уравненин керек-махань кореньжы годымат нäläш лиэш, седьндон (1) уравненин керек-махань кореньжät (2) уравнениät кореньжы лиэш.

б) Мьнгешлä нälьн анженä: пусть (2) уравненин иктä-махань кореньжы улы лижь, например  $x=2$ . Тидь тебе маи анжыкта, ти уравненин  $x$ -шы вäреш 2-м шьнденä гьнь,  $(x^2+2)t$  да  $3xt$  произведенивлä равный лит (ти выраженивлä  $6t$  числашкы сäриät). Но  $x=2$  ылмы годым  $x^2+2$  дон  $3x$  выражени равный лит. Равный числавлäм ( $6t$ -м да  $6t$ -м) ик числаэшок  $t$ -еш пайыленä гьнь, равный числавлäм плучаенä ( $t$ -жы нуль веле бьнжь ли). Значит,  $x=2$  корень, (2) уравненин мол кореньвлäжь ганьок, 1) уравненин кореньжы лиэш. Седьндон ти уравненивлä равносильный ылыт.

Бнде тенге нälьн анженä: уравненин кок частьшым умножымы  $t$  числа нуль лижь. Например,  $x^2+2=3x$  уравненин частьвлäжьм нулеш умноженä. Ти уравнени кок коренян ылеш: 1 да 2. Умножымыкы у уравненим плучаенä:

$$(x^2+2) \cdot 0 = 3x \cdot 0.$$

Ти уравнениэш 1 да 2 велеät агыл,  $x$ -н керек-махань значенижät ярал лит. Например,  $x$  вäреш 5-än, 6-ан да мол числамат шьндьмькь, техень уравненивлäм плучаенä:

$$(5^2+2) \cdot 0 = 3 \cdot 5 \cdot 0; \quad (6^2+2) \cdot 0 = 3 \cdot 6 \cdot 0,$$

äль

$$27 \cdot 0 = 15 \cdot 0; \quad 38 \cdot 0 = 18 \cdot 0,$$

äль

$$0 = 0; \quad 0 = 0$$

(керек-махань числам нулеш умножымыкы, нуль плучаялтеш). Значит, нулеш умножымашеш, уравненин равносильный ылмашыжы нарушаялтеш.

Тенге, уравненин кок частьшыге ик числаэшок умноженä äль пайыленä гьнь (нуль агыл гьнь), пьтäриш: уравненидон равносильный у уравненим плучаенä.

**85. Следствивлä.** Уравненин кокшы свойствыжы гьц техень кым следствием лыкташ лиэш:

1. Уравненишты цилä членын общий множительышты нуль агыл гьнь да неизвестныят агыл гьнь, уравненин цилä членжымок ть множителеш пайылаш лиэш. Например:

$$60x - 160 = 340 - 40.$$

Цилä членжымок 20-еш пайыленä гьнь, простарак уравненим плучаенä:

$$3x - 8 = 17 - 2x.$$

2. Уравнением неизвестный димы знаменателя дробный член-влӓ гыц освобождаяш лиэш. Например:

$$\frac{7x-3}{6} - \frac{x-5}{4} = \frac{43}{6}$$

Цилӓ члендӓн общий знаменательым мона:

$$\frac{14x-6}{12} - \frac{3x-15}{12} = \frac{86}{12}, \text{ аль: } \frac{14x-6-(3x-15)}{12} = \frac{86}{12}$$

Общий знаменательым шуэн колтымыкы, мӓ уравнении кок частьшым ик числӓшок 12-еш (нулеш агыл) умноженӓ; тенге ыштӓмӓкы, пумы уравненидон равносильный ылшы уравнением плучаенӓ:

$$14x-6-(3x-15)=86, \text{ аль } 14x-6-3x+15=86.$$

5. Уравнении цилӓ членжы анзылныш знаквлӓм противоположный знаквлӓдон вӓшталташ лиэш. Тенге ыштӓмӓш уравнени кок частьшыге — 1-еш умножымдон икток лиэш. Например,  $8-x^2=-7+2$  уравнени частьвлӓжӓм тенге умножымыкы, тинӓрӓ плучаялтеш:  $8+x^2=7-2$ .

86. Уравнени частьвлӓжӓм икань алгебраический выражениэш умножымаш аль пайылымаш. Пумы уравнением преобразоваяш мань, уравнени кок частьшым икань алгебраический выражениэшок умножаш (аль пайылаш) келеш (тидӓ гишӓн вес параграфышты пример лиэш). Нулеш умножымашеш уравненивлӓн равносильный ылмашышты нарушаялтеш, седӓндон пумы уравнени кок частьшыге нульдон равный агыл ылшы алгебраический выражениэш умноженӓ (аль пайыленӓ) гӓйн веле, плучаялтшы у уравнени, пумы уравненидон равносильный лиэш.

87. Ордӓж (посторонний) кореньвлӓ. Дробьын знаменательшытыжы неизвестный улан уравнением решӓмӓ годым, уравнени кок частьшыге икань алгебраический выражениэш умножаш келеш. Например, техень уравнением решӓш келеш:

$$\frac{x^2}{(x-2)^2} + \frac{2}{(x-2)^2} = \frac{1}{x-2} + \frac{2x+2}{(x-2)^2} \quad (1)$$

Тиштӓш цилӓ дробьын общий знаменатель  $(x-2)^2$  лиэш. Цилӓ членым техень знаменательным ыштӓнӓ:

$$\frac{x^2}{(x-2)^2} + \frac{2}{(x-2)^2} = \frac{x-2}{(x-2)^2} + \frac{2x+2}{(x-2)^2}$$

Ынде ти знаменательым шуэн колтенӓ, вес статян келесенжӓ, цилӓ членым  $(x-2)^2$  выражениэш умноженӓ:

$$x^2+2=x-2+2x+2,$$

аль

$$x^2+2=3x. \quad (2)$$

Ти уравненин кореньжы кокты: 1 дэ 2. Уравненин кок частьшыге ма  $(x-2)^2$  выражениэш умноженнэ, седьндон ти кок корень пьтэриш уравненилэн ярал ылыт манын келесен ана керд, ти выражени  $x=2$  ылмы годым нулыш сэрнэлтеш, нулеш умножымы годымжы, уравненивлэн равносильный ылмышты царушайлтеш.

Седьндон момы кореньвлэнэ: 1 дон 2 (2) уравненилэн веле ярал ылыт аль (1) уравненилэнэт ярал ылыт, тьдём пален анженэ.  $x=1$  корень (1) уравненилэнэт ярал лиэш:

$$\frac{1^2}{(1-2)^2} + \frac{2}{(1-2)^2} = \frac{1}{1-2} + \frac{2 \cdot 1 + 2}{(1-2)^2},$$

$$\frac{1}{(-1)^2} + \frac{2}{(-1)^2} = \frac{1}{-1} + \frac{2+2}{(-1)^2},$$

$$1 + 2 = -1 + 4, \text{ аль } 3 = 3.$$

$x=2$  кореньжы (1) уравненилэн ак яры. Тьшкы,  $x=2$  кореньым шьндёмькы, уравненин смыслжы ямеш:

$$\frac{4}{0} + \frac{2}{0} = \frac{1}{0} + \frac{6}{0}$$

(нулеш пайылаш акли).

Тишец тебе ма лэктеш: уравненишты неизвестныйн дробь улы гьнь, дэ уравненин кок частьшым общий знаменателеш умножен ть знаменательвлэм карангенэ гьнь, плучайымы уравненин кореньвлэжым мона. Момы кореньвлэ лошты өрдьж кореньвлэ, анят улы манын, ти кореньвлэм подстановка способдон проверяш келеш.

Уравненин кок частьшыге неизвестныйн алгебраический выражениэш пайыленэ гьнь, юж кореньжым ямден кердьянэ.

Например:

$$(x+3)(x-3x) = (3x-1)(x-3)$$

уравненин кок частьшыге  $x-3$  выражениэш пайыленэят, техень у уравненим плучаенэ:

$$2x + 3 = 3x - 1.$$

Ти уравненин кореньжы икты веле:  $x=4$ , пьтэриш уравненин кореньжы кокты:  $x=4$  дэ  $x=3$ . Седьндон ти уравнени пумы уравненидон равносильный ак ли.

## II. Ик неизвестныйн уравнени.

**88. Ик неизвестныйн первый степень уравненим решьмэш.** Ик неизвестныйн, первый степень уравненивлэм решьмэш способым техень кок прьмердон анжыктенэ.

1. Уравненим решаш келеш:

$$3x + 2(4x - 3) = 5(x + 2) - 4.$$

Скобкывлām пачмыкы, тинārым плучаенā:

$$3x + 8x - 6 = 5x + 10 - 4.$$

Неизвестныян членвлām шалахай велнйш частьшыкы нāнгенā, известный членвлājым — вургымла векй (уравнивлāн пйтāриш· свойствен следствием анжыда):

$$3x + 8x - 5x = 10 - 4 + 6.$$

Йнде подобный членвлām цымыренā:

$$6x = 12.$$

Остаткашбйжй, уравненин кок частьшыге 6-еш пайыленā (уравненин кокшы свойствыжы сембйнь) дā окончательныжы тинārым плучаенā:

$$x = 2.$$

Уравненим решбймй годым самыным моло йштбйделна манын, решбймāш нāм проверяш келеш. Проверяйымы годым, пумы уравненин  $x$  вāреш момы коренным шбйнденā дā уравненишты анжыктымы дейстивлām йштенā. Уравнени тождествошкы сārнā гбйнь, корень правильно момы лиэш. Мāмнāн примерыштына тинārй плучаялтеш:

$$3 \cdot 2 + 2(4 \cdot 2 - 3) = 5(2 + 2) - 4,$$

āль

$$16 = 16.$$

Значит правильно решбймй ылеш.

2. Уравненим решāш келеш:

$$\frac{3x - 4}{2} + \frac{3x + 2}{5} - x = \frac{7x - 6}{6} - 1.$$

Ти уравненин цилā числажылан общий знаменательым мона. Общий знаменатель 30 лиэш:

$$\frac{15(3x - 4)}{30} + \frac{6(3x + 2)}{30} - \frac{30x}{30} = \frac{5(7x - 6)}{30} - \frac{30}{30}.$$

Уравненин цилā членжым 30-еш умноженā (āль общий знаменательым карангденā):

$$15(3x - 4) + 6(3x + 2) - 30x = 5(7x - 6) - 30.$$

Скобкывлām пачына:

$$45x - 60 + 18x + 12 - 30x = 35x - 30 - 30.$$

Неизвестныян членвлām шалахай велнйш частьшыкы вантенā, известный членвлām вургымла велнйш частьшыкы:

$$45x + 18x - 30x - 35x = 60 - 12 - 30 - 30.$$



Подобный членвләм цымыренә:

$$-2x = -12.$$

Уравненин кок частышыге неизвестный сагашы коэффициентеш пайыленә (положительныйвлә лишты манын, пйтәри уравненин кок частышыге — 1-еш умножаш лиэш):

$$x = \frac{-12}{-2} = \frac{12}{2} = 6.$$

Бнде проверян анженә:

$$\frac{3 \cdot 6 - 4}{6} + \frac{3 \cdot 6 + 2}{5} - 6 = \frac{7 \cdot 6 - 6}{6} - 1; \quad 7 + 4 - 6 = 6 - 1; \quad 5 = 5.$$

Ти примервләм решймәш гыц каеш: ик неизвестныян первый степень уравненим решймәш годым теве мам бштәш келеш.

1. Уравненин дробный членвләжым цела членвләшкы сәр-тәш.

2. Скобкывләм пачаш.

3. Неизвестныян членвләм ик частышкы вашташ, известный членвләжым — вес частышкы.

4. Подобный членвләм цымыраш.

5. Уравненин кок частышыге неизвестный сагашы коэффициентеш пайылаш.

Варажы решймәшым проверяш келеш. Проверяйымы годым, момы коренным пумы уравненин  $x$  вәреш шьндәш келеш.

Каждый уравненишток ти вьц операциге бштәш ак вәрешт. Тенге бштәшмәшвләжы уравненин видшы гыц ләктыт.

З а м е ч а н и. Уравненим решймәш годым пйтәриш ныл операцим бштәшмыкы, каждый частеш ик член кодеш: шалахай велнбш частеш неизвестныян член кодеш, вургымла велнбш частеш — известный член. Кодшы уравненим сирымыкы, техень форман лиэш:

$$ax = b.$$

Ти уравненишты  $a$  дон  $b$  положительныят, отрицательныят дә нулят лин кердыт. Техень видән уравненим ик неизвестныян первый степень уравненин нормальный видшы маныт.

### Упражненивлә.

Ти уравненивләм решәм келеш:

150.  $2x + 1 = 35$ ;  $19 = 4 + 3y$ ;  $7y - 11 = 24$ .

151.  $3x + 23 = 104$ ;  $89 = 11y - 10$ ;  $38 = 2 + 3x$ .

152.  $3x = 15 - 2x$ ;  $4x - 3 = 9 - 2x$ ;  $5x + \frac{1}{4} = 3\frac{1}{2}$ .

153.  $2,5x - 0,86 = 4 + 0,7x$ ;  $29 + 2x = (x - 7) \cdot 3$ .

154.  $x - 7 = \frac{3x + 13}{20}$ ;  $-x = 3$ ;  $-2x = 8$ .

$$155. \frac{2x+1}{2} = \frac{7x+5}{8}; \quad x + \frac{11-x}{3} = \frac{20-x}{2}.$$

$$156. x + \frac{3x-9}{5} = 11 - \frac{15x-12}{3}.$$

$$157. 3x - 4 - \frac{4(7x-9)}{15} = \frac{4}{5} \left( 6 + \frac{x-1}{3} \right).$$

$$158. 2x - \frac{19-2x}{2} = \frac{2x-11}{2}.$$

$$159. \frac{x-1}{7} + \frac{23-x}{5} = 2 - \frac{4+x}{4}.$$

**89. Уравненивләм составляйымы гишән пәлймәш.** Кыды задачым арифметический способдон решәш трудна әль решәшкәт акли. Тыхень задачвләм уравненивлә палшымдон решәш куштылгы. Труднажы уравненим составляйымы годым веле лин кердеш: составляйымы уравненим решәшкәткә ответ плучаялтшы, тәдбәм бштен мышташ келеш. Задачын условивлә шуку статян ылыт, седбндон уравненим составляйымаш общий способым анжыкташ акли. Пумы задачлан уравненим составляйымы гишән общий приемвләм веле анжыкташ лиәш. Уравненим составляйымаш навькым практика веле пуа.

Уравненивләм составляйымаш общий приемвләм примердон анжыктенә.

**Задача.** Школа циләжб 80 тетрадым вйцкбжвләм дә кбжгбвләм нәлбн. Кбжгб тетрадышы 35 копекем стоя, вйцкбжшб — 4 копекем. Цилә тетрадь тәреш 9 тәнгә дә 40 копекем тұлбмб гбнь, маняр кбжгб тетрадым дә маняр вйцкбж тетрадым нәлмб?

1. Кыды неизвестныйжын величинажым  $x$ -дон обозначайымла, тбдбм пәләш келеш.

Ти задачышты кок неизвестный: кбжгб тетрадь шот дә вйцкбж тетрадь шот. Кбжгб тетрадь шотшым  $x$ -дон обозначенә. Цилә тетрадышы 80 ылеш, седбндон вйцкбж тетрадь шотшы 80 —  $x$  лиәш.

Кбжгб тетрадь шот  $x$   
 вйцкбж " " 80 —  $x$ .

2.  $x$ -дон дә задачеш пумы числавладон задачын цилә условижым математически сирен анжыктенә.

Задачыштына тенге келесбмб: кбжгб тетрадь 35 копекем стоя, вйцкбж тетрадь 4 копекем. Тенге гбнь, мә кбжгб тетрадьвлә дә вйцкбж тетрадьвлә циләжб манярым стоят, манын ядын кердбнә (задачыштына цилә тетрадь стойымы ценам келесбмб дә седбндон мә тенге ядын кердбнә).

Кбжгб тетрадьвлә  $35x$  копекем стоят,  
 вйцкбж " "  $4(80 - x)$  копекем стоят.  
 Цилә тетрадышы 9 тәнгә дә 40 копекем стоя.

### 3. Уравнением составленя.

Циля тетрадышы 9 танга да 40 кокекым стоя манын, задачишты келесимы. Тенге гынь, кыжгы тетрадьвлан ценашты  $35x$  да вйцкыж тетрадьвлан ценашты  $4(80 - x)$ , икварешыжы 9 танга да 40 копек лишашлык:

$$35x + 4(80 - x) = 940.$$

Ти уравнением решеня да  $x$ -лан 20-ан числам плучаеня.

Ма тиштй кыжгы тетрадьвлан шотым  $x$ -дон обозначаеня ылы. Кыжгы тетрадьвлан 20-м нълмы ылын, тенге гынь, вйцкыж тетрадышы тиняры лиэш:

$$80 - 20 = 60 \text{ тетрадь.}$$

Эче тидым келесаш келеш: уравнением составляяш маняр даный келеш, задачиштат тынар даный пумы лиэш. Седындон уравнением составляймашкы задачиштыш числавля циланок пыренйт моло, тыдым анжалаш келеш.

### Упражненивля.

160. Кок числан сумма 2548; ик числажы весыжы гыц 148 изи. Ти числавлям мода.

161. Кым слагаемыйын сумма 100; кокшы слагаемыйжы пйтариш слагаемый гыц 10 кого, кымшы слагаемыйжы кокшы слагаемый гыц 20 кого. Ти слагаемый-влан мода.

162. Мыктешкы 15 км вяршты ылы ялешкым поктен шонежы. Мыктешкы каждый пашышты 10 км кеа, ялешкы 4 км кеа гынь, мыктешкым маняр пашышты поктен шоэш?

163. Кок сорт чайым ярымкы, 32 кг лин. Ик килограмм первый сорт чайжы 8 тангам стоя, второй сортжы 6 танга да 50 кокекым. Ярымкы, ик килограмм чай прибыльдеок да убытоктеок 7 танга да 10 копек лиэш гынь, ти кок сорт чайым маняр килограмм ряды ярымкы?

164. Ик велосипедист таманяр километрым кемаштыжы, пашеш 8 км кен. Мынгешыжы тыды вес корныдон толын. Толмы корныжы кемы корныжы гыц 3 км кужы ылын. Мынгеш толмыжы годым тыды ик пашышты 9 км кен гынят, кемыжы годшы дорц  $7\frac{1}{2}$  минута угла эртен. Ти кок корнышты цилажы маняр км ылын.

90. Буквенный уравненивля. Неизвестный числа вяреш керек-кынамат  $x$  буквам шындаш керал агыл. Неизвестный числа вяреш керек-махань буквamat шындаш лиэш. Например, техень формулым нълйна:

$$s = \frac{1}{2} bh.$$

Ти формула треугольникын  $s$  площадьюшым анжыкта, треугольни-кын основанижы  $b$  линейный единица, кукшышты  $h$  единица. Ти формула уравнени ылеш. Тиштй каждый числамок:  $s$ -м,  $b$ -м да  $h$ -м неизвестный числаэш нълаш лиэш. Например, техень задачейм нълйна: треугольникын кукшышты  $h$  линейный единица, площадьюшы  $s$  ылеш, тидын основанижым моаш келеш. Ти задачейм решимы годым, мамнан формулыштына  $b$  числа неизвестный лиэш,  $s$  дон  $h$  числа

известныйвлӓ лит. Неизвестный основаним  $x$  буквадон обозначаенӓ да уравненим тенге сирен кердӓнӓ:

$$s = \frac{1}{2} hx,$$

тишец тенге лӓктеш:

$$x = s : \frac{1}{2} h = 2s : h = \frac{2s}{h}.$$

Тиштӓ  $b$ -м  $x$ -дон ана вашталты гӓнят,  $s = \frac{1}{2} bh$  уравнениш-тыш  $s$  дон  $h$  зависимость гӓц  $b$ -м пӓлен кердӓнӓ:

$$s = \frac{1}{2} bh; \quad 2s = bh; \quad b = \frac{2s}{h}.$$

Пумы числавлӓм цифрдон да неизвестныйым  $x$ -дон анжыктымы численный уравненивлӓм веле агыл, пумы числавлӓм да неизвестныйым керек-махань буквавлӓдон анжыктымы буквенный уравненивлӓмӓт рещӓш привикняш келеш.

Примервлӓ.

$$1. a + bx = c; \quad 2. a(x - c) = b(x + d);$$

$$bx = c - a; \quad ax - ac = bx + bd;$$

$$x = \frac{c - a}{b}; \quad ax - bx = bd + ac;$$

$$x(a - b) = bd + ac;$$

$$x = \frac{bd + ac}{a - b}.$$

$$3. \frac{y}{a} - y = b; \quad 4. \frac{x}{a} + \frac{x}{b} = 1;$$

$$y - ay = ab; \quad bx + ax = ab;$$

$$y(1 - a) = ab; \quad x(b + a) = ab;$$

$$y = \frac{ab}{1 - a}; \quad x = \frac{ab}{a + b}.$$

Упражненивлӓ.

$$165. (a + x)(b + x) = (a - x)(b - x).$$

$$166. (x - a)(x + b) + c = (x + a)(x - b).$$

167.  $a + bx = 4 - 3(a - x)$  уравненишты  $a$  дон  $b$  зависимость гӓц  $x$ -м моаш келеш.

$$168. \text{Трапецин } q \text{ площадьшым техень формулыдон определят: } q = \frac{1}{2}(b_1 + b_2)h.$$

Ти трапецин основанивлӓжӓ  $b_1$  да  $b_2$  ылыт, кӓкшӓшшӓ  $h$  ылеш. Тиштӓ  $q$ ,  $b_1$  да  $b_2$  зависимость гӓц  $h$ -м моаш келеш.

### III. Первый степень уравнений система.

#### Кок неизвестных кок уравнений система.

**91. Задача.** 148 кг лелйцан ши дон вйргеньйн слиток вй-  
дйштй  $14\frac{2}{3}$  кг лелйцшйм ямда, 21 кг ши вйдйштй 2 кг лелйц-  
шйм ямда, 9 кг вйргеньй 1 кг лелйцшйм ямда. Ти слитокшты  
маняр ши дй маняр вйргеньй, пйльдй.

Ти слитокшты шижй  $x$  кг ылеш, вйргеньйжй  $y$  кг ылеш ма-  
нына гйнь, тйнам ик уравненижы техень лиэш:

$$x + y = 148.$$

Вес уравненижым составляймы годом, тенге манына: 21 кг  
ши 2 кг лелйцшйм вйдеш ямда гйнь, 1 кг ши  $\frac{2}{21}$  кг-м ямда. Тй-  
нам  $x$  кг вйдйштй  $\frac{2}{21}x$  кг лелйцшйм ямда.

9 кг вйргеньй 1 кг-м вйдйштй ямда гйнь, 1 кг вйргеньй  
 $\frac{1}{9}$  кг лелйцшйм ямда. Тенге гйнь,  $y$  кг вйргеньй  $\frac{1}{9}y$  кг лелйц-  
шйм ямда. Седйндон кокшы уравнени техень лиэш:

$$\frac{2}{21}x + \frac{1}{9}y = 14\frac{2}{3}.$$

Тенгелй мй кок неизвестных кок уравнением плучайышна:

$$x + y = 148 \quad \text{дй} \quad \frac{2}{21}x + \frac{1}{9}y = 14\frac{2}{3}.$$

Кокшы уравнеништыш дробьвлйм цела числавлйшкй сйртйм  
келеш, тйнам ти уравнени простаэмеш. Уравнением простаэмдйш  
манын, цилй дробьым ик знаменателяным йштйш келеш:

$$\frac{6}{63}x + \frac{7}{33}y = \frac{924}{63}.$$

Йнде уравненин кок частышыге 63-еш умноженй дй равносиль-  
ный уравненим плучаенй:

$$6x + 7y = 924.$$

Йнде мймнйн кок уравненинй улы:

$$x + y = 148 \quad \text{дй} \quad 6x + 7y = 924.$$

Ти кок уравненим мй шукй способдон решен кердйнй. Напри-  
мер, пйтйриш уравненишты  $y$  зависимость гйц  $x$ -м пйленй:

$$x = 148 - y.$$

Кокшы уравненишты  $x$  дон  $y$  пйтәриш уравнеништыш числа-вләок ылыт, седьндон кокшы уравнеништыш  $x$  вәреш мә 148 —  $y$  разностыым шьнден кердйна:

$$6(148 - y) + 7y = 924.$$

Ик неизвестныян ти уравнением решенә:

$$888 - 6y + 7y = 924; \quad y = 924 - 888 = 36.$$

Тьнам:

$$x = 148 - 36 = 112.$$

Тенге гьнь, ти слитоқышты 112 кг ши дә 36 кг вьргеньь.

**92. Кок неизвестныян первый степень уравненин нормальный видшы.** Кок неизвестныян техень уравненим нә-льин анженә:

$$2(2x + 3y - 5) = \frac{5}{8}(x + 3) + \frac{3}{4}(y - 4).$$

Ти уравненим простаэмдәш мань, ик неизвестныян уравненишты ьшттьмь преобразованивләок ьштенә:

1. Скобкывләм пачына:

$$4x + 6y - 10 = \frac{5}{8}x + \frac{15}{8} + \frac{3}{4}y - 3.$$

2. Цилә членым 8-еш умноженә дә знаменательвләм карангденә

$$32x + 48y - 80 = 5x + 15 + 6y - 24.$$

3. Неизвестный членвләм уравненин ик частьшыкы нәнгенә, известныйвләм — вес частьшыкы:

$$32x + 48y - 5x - 6y = 15 - 24 + 80.$$

4. Подобный членвләм цымыренә:

$$27x + 42y = 71.$$

Тенге, преобразованивләм ьшттьмь уравненин шалахай велньш частьшыты кок член веле лиэш: иктьжь  $x$  неизвестныян (первый степень), весьжь  $y$  неизвестныян (первый степень). Вургымла велньш частеш ик член веле лиэш, тишты неизвестный уке,  $x$  дон  $y$  сагашы коэффициентвлә аль коктынат положительныйвлә лит (примерыштына техень ылеш), аль коктынат отрицательныйвлә лит (уравненин цилә членжым — 1-еш умножымыкы, ти случайым типец анзылныш случай ганьым ьштәш лиэш), аль иктьжь положительный, весьжь отрицательный лин кердыт. Вургымла частьшыты член аль положительный числа лиэш (примерыштына техень ылеш), аль отрицательный числа, аль нуль лин кердеш.  $x$  дон  $y$  сагашы коэффициентвләм  $a$  дә  $b$  буквадон сирен анжыктенә, неизвестный укеан членым  $c$  буквадон сирен анжыктенә гьнь, кок неизвестныян первый степень уравненим тенге сирен анжыктен кердына:

$$ax + by = c.$$

Уравненин техень видшым кок неизвестныян первый степень уравненин *нормальный* видшый маныт.

**93. Кок неизвестныян ик уравненин неопределенностьшы.** Кок неизвестныян ик уравненин решенижы чоттым шуку. Лачокок йа, неизвестный вяреш иктә-махань числам нәлбнә дә уравненишкы шынденә гынь, ик второй неизвестныян уравненим плучаенә. Ти неизвестныйым вара моаш лиэш. Первый неизвестный вяреш вес числам нәлбнә гынь, тынгеок Ыштенаат второй неизвестныйлан у числам плучаенә, пақылаат тенгеок Ыштәш келеш. Тенге гынь, мә керек-маняр решенимәт плучаен кердбнә.

Например, техень задачым нәлбн анженә: равнобедренный треугольникын периметржы 40 м. Ти треугольникын велвләжым пәләш келеш. Треугольникын основанижын кытшым  $x$  буквадон анжыктенә, өрдбж велвлән кытыштым  $y$  буквадон анжыктенә гынь, мә техень уравненим сирен кердбнә;  $x + 2y = 40$ .

$x$  вяреш иктә-махань числам нәлбнә, например, 10-м. Тынәм мона:  $10 + 2y = 40$ ,  $2y = 30$ ,  $y = 15$ . Значит, треугольникын основанижы 10 м лиэш гынь, өрдбж велвлә 15 м ряды лит. Ынде  $x$  вяреш вес числам нәлбнә, например, 8-м. Тынәм тинәрбим плучаенә:  $2y = 32$  дә  $y = 16$ . Тенге мә чоттым шуку решеним мона, седбндон уравнени дон задача неопределенный ылыт.

**94. Уравненивлән система.** Иктә-маняр уравнеништыш  $x, y, \dots$  буквавлә каждыйжы цилә уравцениләнәт ик числамок анжыктат гынь, нинбм уравненивлән система маныт. Например, техень кок уравненишты:

$$\begin{aligned} 2x - 5 &= 3y - 2; \\ 8x - y &= 2y + 21, \end{aligned}$$

$x$  буква кок уравнеништәт ик числамок анжыкта,  $y$  букваат ик буквамок анжыкта гынь, ти уравненивлә система лит. Ик задачинок условивләжы гыц Ыштбмбм уравненивлә ылмы годым, керекынамаат уравненивлән система лиэш.

Кок неизвестныян первый степень кок уравненин системым решбмбм кок способом анжыктенә.

**95. Подстановка способ.** Ши дон вбргенбб слиток гишән задачым решбмнә годым, мә ти способом применяенә.

Ынде тбшец сложныйрак примерым нәлбнә:

$$8x - 5y = -16; \quad 10x + 3y = 17.$$

(Тиштбм кок уравнениге нормальный видбш сәрбмбм ылыт.)

Пбтәриш уравнеништыш ик неизвестный, например,  $y$ -м вес неизвестныйын зависимость гыц пәленә:

$$y = \frac{8x + 16^1}{5}$$

<sup>1</sup>) Ти формулым моаш манын, мә — 5у членым вургымла велнбш частьш ваштенә, — 16-м шалахай велнбш частьш ваштенә. Вара уравненин кок частьыге 5-еш пайыленә дә уравненин частьвләжын вәрбштбм вашталтенә. Ти преобразованивләм әшбшток Ыштәш привикняш келеш.

Пытәриш уравништыш значени кокшы уравниланат ярал  
лишәшлык, седьндон момына выражением у вәреш шьндәна дә  
ик  $x$  неизвестныян уравнением плучаенә:

$$10x + 3 \cdot \frac{8x + 16}{5} = 17.$$

Ти уравнением решенә:

$$10x + \frac{24x + 48}{5} = 17; \quad 50x + 24x + 48 = 85; \quad x = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Тынам:} \quad y = \frac{8x + 16}{5} = \frac{4 + 16}{5} = 4.$$

Ик уравништыш  $x$ -м у зависимость гыц пәленә дә плучаялт-  
шы выражением вес уравништыш  $x$  вәреш шьндәна кердәна.  
Тынам мә у неизвестныян уравнением плучаенә.

Иктә-махань неизвестныын коэффициентшы 1 ыл-  
мы годым, ти способ осынок удобный ылеш. Тынам  
ти неизвестныым вес неизвестныын зависимость гыц пәлен нә-  
ләш яжо (коэффициентеш пайылаш ак кел). Например:

$$\begin{cases} 3x - 2y = 11; \\ 4x + y = 22. \end{cases}$$

Кокшы уравнени гыц мона:  $y = 22 - 4x$ .

Тынам пытәриш уравнени тинәрә лиэш:

$$3x - 2(22 - 4x) = 11; \quad 3x - 44 + 8x = 11; \quad 11x = 44 + 11 = 55;$$

$$x = \frac{55}{11} = 5; \quad y = 22 - 4 \cdot 5 = 2.$$

**Правило.** Кок неизвестныян кок уравнени системым под-  
становка способдон решәмә годым, ик уравништыш ик не-  
известныым моаш дә плучаялтшы выражением вес уравнишкы  
шьндәш келеш; тенге бштымькы ик неизвестныян уравнени  
плучаялтеш. Ти уравнением решәтәт, ты неизвестныым мот.  
Момы числам пытәриш неизвестнылан момы выраженишкы  
шьндәтәт, вес неизвестныымат мот.

**96. Алгебраический сложный способ.** Пумы системы-  
влән уравништы (нормальный видәнәм бштымькы) иктә-махань  
неизвестныын, например  $u$ -н, коэффициентвләжә анзылныш знаквлә  
веле икань агыл ылыт. Например, мәләннә техень системым пумы:

$$\begin{cases} 7x - 2y = 27; \\ 5x + 2y = 33. \end{cases}$$

Равный числавләшкы равный числавләм привайымыкы (аль-  
лыкмыкы), равный числавлә плучаялттыт, мә тыдәм пәленә. Седьн-  
дон пумы уравненивлән шалахай велнш частьвләштәм сложенә  
(аль лыктына) дә вургымла велнш частьвләштәм сложенә (аль



лыктына) гынь, = знак ак нарушаялт (тидѳм кѳтѳкѳн тенге келесѳш лиѳш: уравненивлѳм почленно сложаш ѳль лыкташ лиѳш).

Тидѳм ѳшѳндѳрен, пумы уравненивлѳм сложенѳ, тѳнѳм —  $2y$  дон  $+2y$  членвлѳ взаимно уничтожаялтыт дѳ мѳ ик  $x$  неизвестныян ик уравнением плучаенѳ:

$$+ \begin{cases} 7x - 2y = 27 \\ 5x + 2y = 33 \end{cases} \\ \hline 12x = 60, \text{ тишецѳн } x = 5.$$

Пумы ик уравненишкыжы  $x$  вѳреш 5-м шѳнденѳ дѳ вес уравнением плучаенѳ. Тѳй уравнени гѳц вара  $y$ -м мона:

$$7 \cdot 5 - 2y = 27; \quad 35 - 2y = 27; \quad 35 - 27 = 2y; \quad 8 = 2y; \quad y = 4.$$

Уравненивлѳштѳй карангдышашлык неизвестныйвлѳн коѳфициентвлѳ абсолютный величинаштыдон дѳ знакыштыдон иканѳ ылыт гынь, тѳнѳм ик уравненижын цилѳ член анзалнышы знаквлѳм противоположный знаквлѳдон вашталтымыкы, ти случаймат токо веле анжымына случайлаок ѳштена ѳлыы. Например, техень системым пумы:

$$\begin{cases} 3x - 5y = 8; \\ 3x + 7y = 32. \end{cases}$$

Ти системын  $x$  неизвестныйжы анзылны кок уравнеништѳт  $+3$  коѳфициент ылеш. Мѳ пѳтѳриш уравнеништыш знаквлѳм противоположный знаквлѳдон вашталтенѳ (вес шамаквлѳдон келесенжѳ, уравненин кок частьшыге — 1-еш умноженѳ) дѳ уравненивлѳм сложенѳ<sup>1)</sup>

$$+ \begin{cases} -3x + 5y = -8 \\ 3x + 7y = 32 \end{cases} \\ \hline 12y = 24, \quad y = 2; \\ 3x + 7 \cdot 2 = 32; \quad 3x = 32 - 14 = 18; \quad x = 6.$$

ѳнде разный коѳфициентѳн системым нѳлѳнѳ, например техеньѳм:

$$\begin{cases} 7x + 6y = 29; \\ -5x + 8y = 10. \end{cases}$$

Техень уравненивлѳн ик неизвестныйын, например  $x$ -н годом, коѳфициентвлѳн абсолютный величинаштым равныйѳм ѳштѳш келеш. Тидѳм ѳштѳш манын, 7 дон 5-н кратныйыштым мона (наименьший кратныйѳм моаш лучи лиѳш). Наименьший кратный тиштѳй 35 лиѳш. Вара каждый уравненин кок

<sup>1)</sup> Тиштѳт уравненин цилѳ членжы анзылныш знаквлѳм противоположный знаквлѳдон вашталташ дѳ вес уравненин членвлѳжѳдон сложаш келеш, ти сложымаш вес уравнени гѳц почленно лыкмашдон икток ылеш.

частьшымат дополнительный множительвлээш умноженә (дробь-вләлән обций знаменательным момы годымат тенге ыштәт):

$$\begin{cases} 7x + 6y = 29 \text{ (5-еш); } & \begin{cases} 35x + 30y = 145; \\ -5x + 8y = 10 \text{ (7-еш), } \end{cases} \\ -5x + 8y = 10 \text{ (7-еш), } & \begin{cases} -35x + 56y = 70, \end{cases} \end{cases}$$

варажы ти случаймат тишец анзыц анжыктымы случайлаок ыштәш келеш.

**Правило.** Кок неизвестныян кок уравненин системым алгебраический сложени способдон решымы годым, пйтәри уравненивләштыш кок неизвестныйышты ик неизвестныйжын коэффициентвләжын абсолютный величинавләм равныйвләм ыштәт. Ти неизвестныйвлә анзылныш знаквлә икань ылыт гынь, ик уравнеништыш знаквләжым противоположный знаквләдон вашталтат. Вара уравненивләм сложат дә ик неизвестныян ик уравнением плучаят. Вара тә неизвестныйым мот. Момы числам пумы ик уравненишкы шындәт дә вес неизвестныйжымат мот.

**97. Буквенный коэффициентән уравненивлән система.** Южнамжы буквавләдон анжыктымы коэффициентән уравненивлән системым решәш вәрештеш. Например, техень системым решәш келеш:

$$\begin{cases} ax + by = c; \\ a'x + b'y = c'. \end{cases}$$

Ти системым числовой коэффициентән системывләм решәш анжыктымы кок способшыдонат решәш лиэш. Ти случайым алгебраический сложымаш способдон решәш лучи лиэш, вес статян келесенжы тенге ыштәш келеш: ик уравнеништыш знаквләм противоположный знаквләдон вашталташ, ик неизвестный анзылныш коэффициентвлән абсолютный величинаштым равныйвләм ыштәш келеш, например у анзылнышым, дә кок уравнение сложаш келеш:

$$\begin{array}{r|l} ax + by = c & \begin{cases} b' \\ b \end{cases} \\ -a'x - b'y = -c' & \begin{cases} ab'x + bb'y = b'c \\ -a'bx - bb'y = -bc' \end{cases} \\ \hline (ab' - a'b)x & = b'c - bc' \end{array}$$

$ab' - a'b \neq 0$  гынь, тишец мона:

$$x = \frac{b'c - bc'}{ab' - a'b}$$

у-мәт тенгеок мона:

$$\begin{array}{r|l} ax + by = c & \begin{cases} a' \\ a \end{cases} \\ -a'x - b'y = -c' & \begin{cases} aa'x + a'by = a'c \\ -aa'x - ab'y = -ac' \end{cases} \\ \hline (a'b - ab')y & = a'c - ac' \end{array}$$

тишец:

$$y = \frac{a'c - ac'}{a'b - ab'}$$

### Упражненивлә.

169. Уравненин системывләм подстановка способдон рещаш келеш:

$$\begin{cases} y = 2x - 3; \\ 3x + 2y = 8. \end{cases} \quad \begin{cases} 5x + y = 3; \\ 3x - 2y = 7. \end{cases} \quad \begin{cases} 3x - 5y = 6; \\ x + 4y = -15. \end{cases}$$

170. Уравненин системывләм алгебраический сложымаш способдон рещаш келеш:

$$\begin{cases} 4x + 7y = 5; \\ -2x + 5y = 6. \end{cases} \quad \begin{cases} 3x + 5y = 20; \\ 2x - 10y = 0. \end{cases} \quad \begin{cases} 5x - 8y = 19; \\ 2x - 2y = 10. \end{cases}$$

171. Уравненивлән системывләм иктә-махань способдон рещаш келеш:

$$\begin{cases} (2x-1)(y+2) = (x-2)(2y+5); \\ 5x-2 = 2y+15. \end{cases}$$

172. 
$$\begin{cases} ax + by = c; \\ y = mx. \end{cases} \quad \begin{cases} x + a = my; \\ y + b = nx. \end{cases}$$

173.  $y = ax + b$  двучленышты  $a$  дон  $b$ -н значеништым моаш техень условим пумы:  $x = -2$  годым  $y = -11$ ,  $x = 2$  годым  $y = 1$ .

174. 8 кг ик йиш товарым дә 19 кг вес йиш товарым нәлмә тәреш циләжә 16 тәнгә дә 40 копейкым тұлымбә. Вес гәнә ти ценадонок 20 кг ик йиш товарым дә 16 кг вес йиш товарым нәлмә тәреш циләжә 28 тәнгә дә 40 копейкым тұлымбә. Каждый товарын ценам пәлбәдә.

175. Трест 65 велосипедым нәлбән. Велосипедвләжә проставлә дә моторанвлә ылыт. Каждый проста велосипед тәреш 100 тәнгәм түленйт, моторанвлә тәреш 400 тәнгә рядбә. Ти велосипедвләм трест выжален дә 2980 тәнгә прибылым плучаен. 12% прибыльжы — проста велосипедвлә гыц кодын, 25% прибыльжы — моторан велосипедвлә гыц. Проста велосипедвлә маняры ылыныт дә моторан велосипедвләжә маняры?

176. Кок вәр ләш инженер телеграф мәнгивләм шагалтышлык ылеш. Тидй тенге шотаен лыктын: кәтә пунктеш ик мәнги рядбә шагалтен дә каждый 50 м гач ти пункт ләш мәнгивләм шагалтымыкы, 21 мәнги ак ситбә лиәш. 55 м ләш ик мәнги рядбә шагалтымыкы, 1 мәнги веле ак ситбә лиәш. Циләжә маняр мәнги ылын дә мәнгивләжә икәнә-иктбә гыц махань расстоаниәш шагалтышлык?

177. Кок прямоугольный треугольникын гипотенузышты икань ылеш. Пйтәриш треугольникын ик катетшы вес треугольникын тбхень катетшы гыц 4 м мытыкрак, вес катетшы 8 м кужырак. Пйтәриш треугольникын площадишы вес треугольникын площадь гыц 34 кв. м кого. Ти катетвлән кытыштым пәлбәдә.

### Кым неизвестныян кым уравненин система.

**98. Кым неизвестныян первый степень уравненин нормальный видшбә.**  $x$ ,  $y$  дә  $z$  кым неизвестныян первый степень уравненишты ик әль кок неизвестныян уравненивләштбә йштбәмбә преобразованивләм йштбәмбәкбә, уравнени нормальный манмы видән лиәш. Тбнәм уравненин шалахай велнбш частышты кым член веле лиәш: ик член  $x$ -ән, весбә  $y$ -ән, кымшы  $z$ -ән. Вургымла велнбш частышты ик член веле лиәш, тб членын неизвестныйжы уке лиәш.

Например, техень уравненим нәлбәнә:

$$5x - 3y - 4z = -12.$$

Ти уравненин общий (нормальный) видшбә техень лиәш:

$$ax + by + cz = d.$$

Тиштѣ  $a, b, c$  дѣ  $d$  иктѣ-махань относительный числавлѣ ылыт.

**99. Кым неизвестныян кок ѡль ик уравненин неопределенностьшы.** Например, мѣлѣннѣ кым неизвестныян кок уравненин система пумы ылеш:

$$5x - 3y + z = 2; \quad 2x + y - z = 6.$$

Тиштѣ ик неизвестный вѣреш, например  $z$  вѣреш, 1-м нѣлѣннѣ дѣ ти числам  $z$  вѣреш шѣнденѣ:

$$\begin{cases} 5x - 3y + 1 = 2, \\ 2x + y - 1 = 6, \end{cases} \text{ вес статянжы } \begin{cases} 5x - 3y = 1; \\ 2x + y = 7. \end{cases}$$

Тенге ыштѣмѣкѣнѣ, мѣ кок неизвестныян кок уравненин системым плучаенѣ. Тидѣм иктѣ-махань способдон решенѣ дѣ мона:

$$x = 2, \quad y = 3.$$

Значит, кым неизвестныян системылан  $x = 2$ ,  $y = 3$  дѣ  $z = 1$  ярат. Ынде неизвестный  $z$ -лѣн вес значеним пуэнѣ, например  $z = 0$ , дѣ ти значеним уравненишкы шѣнденѣ:

$$5x - 3y = 2; \quad 2x + y = 6.$$

Мѣ эчѣят кок неизвестныян кок уравненин системым плучаенѣ. Ти системым иктѣ-махань способдон решенѣ дѣ мона:

$$x = \frac{20}{11} = 1\frac{9}{11}; \quad y = 2\frac{4}{11}.$$

Значит, ти системылан  $x = 1\frac{9}{11}$ ,  $y = 2\frac{4}{11}$  дѣ  $z = 0$  ярат.  $z$ -лѣн эче вес кымшы значеним нѣлѣннѣ дѣ кок неизвестныян кок уравненин системым плучаенѣ. Ти система гѣц  $x$  дон  $y$ -лѣн  $y$  значенивлѣм мона. Мѣ  $z$ -лѣн пиш шуку значеним пуэн кердѣннѣ, седѣндон  $x$  дон  $y$ -лѣнѣт пиш шуку значеним плучаен кердѣннѣ ( $z$ -н значенилѣн соответствуйышы значенивлѣм). Значит, кым неизвестныян кок уравненин решенижы чоттым шуку; вес шамаквлѣдон келесенжѣ, техень система неопределенный ылеш.

Кым неизвестныян ик уравненин веле ылмы годым, неопределенность эчѣят кого лиэш. Тѣнѣм кок неизвестныйжылан произвольный значеним пуаш лиэш; кок неизвестныйлан пумы значенивлѣм уравненишкы шѣндѣмѣкѣ, кымшы неизвестныйым моаш лиэш.

**100. Кым неизвестныян кым уравненин система.**  $x, y$  дѣ  $z$  кым неизвестныйлан численный значеним кѣчѣлмѣ годым, кым уравненин система пумы лиэш келеш. Техень системым подстановка способдонат дѣ алгебраический сложымаш способдонат

решаш лиш. Ти способладон решймашым техень примерышты анжыктенä (каждый уравнением пйтäри нормальный виданым ёштäш келеш);

$$\begin{cases} 3x - 2y + 5z = 7; \\ 7x + 4y - 8z = 3; \\ 5x - 3y - 4z = -12. \end{cases}$$

**101. Подстановка способ.** Иктä-махань уравнеништыш ик неизвестныйым, например  $x$ -м мона:

$$x = \frac{7 + 2y - 5z}{3}$$

Цилä уравненишток  $x$  ик числам означая, седьндон вес уравненивлäштйш  $x$  вярешät момы выражением шьнден кердйнä:

$$7 \cdot \frac{7 + 2y - 5z}{3} + 4y - 8z = 3,$$

$$5 \cdot \frac{7 + 2y - 5z}{3} - 3y - 4z = -12.$$

Тенгелä  $y$  дон  $z$  кок неизвестныхн кок уравненин системым плучаенä. Ти системым тишец анзыц анжыктымы иктä способшудон решенäät  $y$  дон  $z$ -лän численный значенивлäm мона. Ти примерышты ти значенивлä техеньвлä лит:  $y = 3, z = 2$ . Ти числавлäm  $x$ -лän момы выраженишкы шьнденäät, ти неизвестныйымат мона:

$$x = \frac{7 + 2 \cdot 3 - 5 \cdot 2}{3} = 1.$$

Тенге гынь, ти системын решенивлäжй техеньвлä ылыт:  $x = 1, y = 3, z = 2$  (тидйм проверяен пäläш лиш).

**102. Алгебраический сложимаш способ.** Мälännä решаш пумы кым уравненишты пйтäриш кок уравнением нälбйнä. Кок уравнеништät ик неизвестный анзылнышы, например  $z$  анзылнышы коэффициентвлän абсолютный величинаштым равныйвлäm ёштенä. Ти неизвестныйым ти уравненивлä гыц алгебраический сложимаш способдон карангденä дä  $x$  дон  $y$  неизвестныхн ик уравнением плучаенä. Вара, вес кок уравнением, например пйтäришй дон кымшым (äль кокшы дон кымшым) нälбйнä дä тй способдон ёштенок  $z$  неизвестныйым карангденä. Тенге ёштен, эче  $x$  дон  $y$ -än вес уравнением плучаенä:

$$1) 3x - 2y + 5z = 7 \text{ (8-еш)}$$

$$2) 7x + 4y - 8z = 3 \text{ (5-еш)}$$

$$24x - 16y + 40z = 56$$

$$35x + 20y - 40z = 15$$

$$59x + 4y = 71$$

$$1) 3x - 2y + 5z = 7 \text{ (4-еш)}$$

$$2) 5x - 3y - 4z = -12 \text{ (5-еш)}$$

$$12x - 8y + 20z = 28$$

$$25x - 15y - 20z = -60$$

$$37x - 23y = -32$$

Плущаялтшы ти кок уравненим решенә:  $x = 1$ ,  $y = 3$ . Ти числавләм кым уравнеништыш ик уравненишкыжы шынденә, например пйтәришйшкыжы:

$$3 \cdot 1 - 2 \cdot 3 + 5z = 7; \quad 5z = 7 - 3 + 6 = 10; \quad z = 2.$$

Замечани. Ти кок способдон нйл неизвестныян нйл уравненин системым, кым неизвестныян кым уравненин системым йштен кердынә (ти системыжым кок неизвестныян кок уравненим йштәш лиэш дә пақылаат тенгеок). Вообщей  $m$  неизвестныян  $m$  уравненин системым мә  $m - 1$  неизвестныян  $m - 1$  уравненин системым йштен кердынә (ти системыжым  $m - 2$  неизвестныян  $m - 2$  уравненин системым йштәш лиэш дә пақылаат тенгеок).

### Упражненивләй.

$$178. \begin{cases} 4x - 3y + 2z = 9; \\ 2x + 5y - 3z = 4; \\ 5x + 6y - 2z = 18. \end{cases}$$

$$179. \begin{cases} 2x + 5y - 3z - 6\frac{1}{4} = 0; \\ 5x - 6y + 2z = 12; \\ 5z = 42\frac{1}{4} - 7x + y. \end{cases}$$

$$180. \begin{cases} 3x - y + z = 17; \\ 5x + 3y - 2z = 10; \\ 7x + 4y - 5z = 3. \end{cases}$$

$$181. \begin{cases} \frac{x + 2y}{5x + 6z} = \frac{7}{9}; \\ \frac{3y + 4z}{x + 2y} = \frac{8}{7}; \\ x + y + z = 128. \end{cases}$$

Уравненин системын юж случайвләжы.

103. Пумы каждый уравненишкы цилә неизвестный пырыдыман случай. Например:

$$\begin{cases} 10x - y + 3z = 5; \\ 4v - 5x = 6; \\ 2y + 3z = 6; \\ 3y + 2v = 4. \end{cases}$$

Ти случайшты системым обыкновенный дорц ййлерәк решәш лиэш: тиштй юж уравненижы гыц неизвестныйвләм карангдымы. Ик неизвестныян ик уравненишкы шоаш манян, махань неизвестныйвләм дә махань уравнени гыц карангдымла, тйдбм веле шаналташ келеш. Ти примерышты пйтәришй дон кымшы уравнени гыц  $z$ -м дә кокшы дон нйлбмшй уравнени гыц  $v$ -м карангдымыкы,  $x$  дон  $y$ -ән кок уравненим плучаенә:

$$\begin{array}{r} 10x - y + 3z = 5 \\ -2y - 3z = -6 \\ \hline 10x - 3y = -1; \end{array} \quad \begin{array}{r} 4v - 5x = 6 \\ -4v - 6y = -8 \\ \hline -5x - 6y = -2. \end{array}$$

Ти уравненивләм решенә дә мона:  $x=0$ ;  $y=\frac{1}{3}$ .

Ёнде ти числавләм кокшы дон кымшы уравненишкы шйндевә дә тинәрйым плучаенә:

$$v = \frac{3}{2}; \quad z = \frac{16}{9} = 1 \frac{7}{9}.$$

**104. Уравненишты дробный неизвестныйвлә велелман случай:**  $\frac{1}{x}, \frac{1}{y}, \dots$  Например, техень системым пумы:

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} - \frac{1}{z} = \frac{7}{6}; \\ \frac{1}{x} - \frac{1}{y} - \frac{1}{z} = -\frac{5}{6}; \\ \frac{1}{y} - \frac{1}{x} - \frac{1}{z} = \frac{1}{6}. \end{cases}$$

Техень системым палшышы (вспомогательный) неизвестныйвләм пыртен решәш куштылгы. Например,  $\frac{1}{x} = x'$ ,  $\frac{1}{y} = y'$  дә  $\frac{1}{z} = z'$ . Тынәм мә  $x'$   $y'$  дә  $z'$  неизвестныян техень системым плучаенә:

$$\begin{cases} x' + y' - z' = \frac{7}{6}; \\ x' - y' - z' = -\frac{5}{6}; \\ y' - x' - z' = \frac{1}{6}. \end{cases}$$

Ти системым решенәят, мона:

$$x' = \frac{1}{2}, \quad y' = 1, \quad z' = \frac{1}{3},$$

ёне

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{2}, \quad \frac{1}{y} = 1, \quad \frac{1}{z} = \frac{1}{3}.$$

Тишец ёнде окончательно мона:

$$x=2, \quad y=1, \quad z=3.$$

Әче вес примерым нәлбінә:

$$\begin{cases} \frac{3}{x} + \frac{2}{y} - \frac{4}{z} = -13; \\ \frac{6}{x} - \frac{3}{y} - \frac{1}{z} = 5\frac{1}{2}; \\ -\frac{5}{x} + \frac{7}{y} + \frac{2}{z} = 3\frac{1}{2}. \end{cases}$$

$\frac{3}{x}$ ,  $\frac{2}{y}$  дә мол дробьвләмәт техень произведенивлә ылмыла анжаш  
лиэш:  $3 \cdot \frac{1}{x}$ ,  $2 \cdot \frac{1}{y}$  дә молат тенгеок. Седьндон  $\frac{1}{x} = x'$ ,  $\frac{1}{y} = y'$  дә  
 $\frac{1}{z} = z'$  лит гынь, системым тенге сирен анжыкташ лиэш:

$$\begin{aligned} 3x' + 2y' - 4z' &= -13; \\ 6x' - 3y' - z' &= 5\frac{1}{2}; \\ -5x' + 7y' + 2z' &= 3\frac{1}{2}. \end{aligned}$$

Ти уравненивлә гыц мона:

$$x' = 2; \quad y' = \frac{1}{2}; \quad z' = 5.$$

значит:

$$\frac{1}{x} = 2, \quad \frac{1}{y} = \frac{1}{2}, \quad \frac{1}{z} = 5,$$

тишец:

$$x = \frac{1}{2}, \quad y = 1, \quad z = \frac{1}{5}.$$

**105. Пумы уравненивләм сложаш керәл случай.** Те-  
хень системым пумы:

$$\begin{cases} x + y = a; \\ y + z = b; \\ x + z = c. \end{cases}$$

Цилә уравненим сложенәят, мона:

$$\begin{aligned} 2(x + y + z) &= a + b + c; \\ x + y + z &= \frac{a + b + c}{2}. \end{aligned}$$

Остатка уравнени гыц пумы уравненивләм каждыйым лыкмы-  
кы, плучаенә:

$$z = \frac{a + b + c}{2} - a; \quad x = \frac{a + b + c}{2} - b; \quad y = \frac{a + b + c}{2} - c.$$

**Упражненивлә.**

$$182. \begin{cases} 3x + 5y = 74; \\ 7x + 2z = 66; \\ 2y + z = 25. \end{cases}$$

$$184. \begin{cases} 4x - 3z + u = 10; \\ 5y + z - 4u = 1; \\ 3y + u = 17; \\ x + 2y + 3u = 25; \end{cases}$$

$$183. \begin{cases} \frac{6}{x} + \frac{5}{y} = 1; \\ \frac{x}{30} + \frac{y}{31} = 6. \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{3} - \frac{4}{z} = \frac{1}{12}; \\ \frac{x}{3} - \frac{y}{4} + \frac{5}{z} = \frac{19}{12}; \\ \frac{x}{4} - \frac{y}{5} + \frac{1}{z} = \frac{6}{z}. \end{cases}$$



186. Техень системым кыце куштылгын решаш лизш:

$$\begin{cases} x + y + z = 29\frac{1}{4}; \\ x + y - z = 18\frac{1}{4}; \\ x - y + z = 13\frac{3}{4}. \end{cases}$$

187. Кым эдем кофем, сақырым да чайым нәлһнһт. Ик эдемжһ 8 кг кофем, 10 кг сақырым, 3 кг чайым нәлһн да пиләжһ 35 тәнгәм тһлен; вес эдемжһ 4 кг кофем, 15 кг сақырым, 5 кг чайым нәлһн да 40 тәнгәм тһлен; кымшы эдемжһ 12 кг кофем, 20 кг сақырым, 10 кг чайым нәлһн да 82 тәнгә да 50 копекым тһлен. Ик килограмм кофен, сақырын да чайын ценаштым пәлһдә.

188. Шһртни, ши да вһргенһ сплаван кым маклака улы; ти маклакавләштһ:

- 1) 5 часть шһртни, 6 часть ши, 8 часть вһргенһ,
- 2) 3 часть " 5 " " 7 " "
- 3) 7 часть " 13 " " 18 " "

79 кг шһртни, 118 кг ши да 162 кг вһргенһһ сплавым плучаяш, каждый маклака гһц маняр килограмм рядһ нәләш келеш?

### Исторический сведенивлә.

Тагынамок эче египтянвлән сирһмәштһ уравненивлә ылыныт. А хмес сирһмһ папирусышты (мәһнән эра гһц 2000 и перви) ик неизвестныян первый степенян уравненивлә ыдыт. Ти неизвестныйым „хау“— ара шамакдон сирәт ылын.

Греческий математик Диофантыным (мәһнән эранан IV векушты) мә пиш шуку уравнением мона. Уравненивләжһ шуку неизвестныянвләәт ылыт. Тһнге гһнят, шуку неизвестныян уравненивләм решаш общий способым тһдһ ак пу.

Ньютон уравненивлән системым решһмһ таманяр способым да подстановка способымат анжыктен.

Арабский ученыйвлә уравненивләдон занимаенһт. Уравнением решһмһштһ годым нһнһ уравненин кк частьшкыжат икань членвләм привайымы да лыкмы правилывләм пользываенһт. Пһтәриш действиижым „восстановлени“ маныныт, арабвләлә *algebra* лизш; кокшы действиижым „противоположение“ — *al-mukabalah* маныныт. Пһтәришһ (альджебр) шамакшы гһц „алгебра“ шамак ләктһн.

1  
эш г  
корел  
лиэш  
тһ ч  
Напр  
=(  
В  
а чи  
К  
корел  
К  
корел  
корел  
ләнж  
2  
3  
К  
мер,  
К  
Ти  
дейс  
осно  
мам  
рен  
выш  
ствы  
лывә  
куби  
1  
извл  
арид  
квал  
мле  
А  
а  
7—21

## КВАДРАТНЫЙ КОРЕНЬЫМ ИЗВЛЕКАЙЫМАШ.

### I. Кореньвлан основной свойствывлă.

**106. Кореньым определяйымаш.** Числан квадратшы  $a$  лиэш гѣнь, тѣ числам  $a$  числан второй степенян (аль квадратный) кореньжы маныт. Например, 49-н квадратный кореньжы 7 дă  $-7$  лиэш; тиштѣ  $7^2 = 49$  дă  $(-7)^2 = 49$ . Числан кубшы  $a$  лиэш гѣнь, тѣ числам  $a$  числан третьей степенян (кубичный) кореньжы маныт. Например,  $-125$ -н кубичный кореньжы  $-5$  лиэш; тиштѣ  $(-5)^3 = -125$ .

Вообщейѣ, числан  $n$ -ый степенъжы  $a$  лиэш гѣнь, тѣ числам  $a$  числан  $n$ -ый степенян кореньжы маныт.

*Корень махань степенян ылмжым анжыктышы  $n$  числам кореньын показательжы маныт.*

Кореньым  $\sqrt{\quad}$  знакдон сирен анжыктат (ти знак радикал аль корень знак ылеш). Ти знакын горизонтальный чертажы лѣвлан кореньым кѣчăлмѣ числам (подкоренной числам) сирăт, огол вѣлăнжы кореньын показательжым шѣндăт. Например,

27-н кубичный кореньжым тенге сирен анжыктат. . . .  $\sqrt[3]{27}$ ;

32-н пятый степенян кореньжым тенге сирен анжыктат. . . .  $\sqrt[5]{32}$ .

Квадратный кореньын показательжым воксеок ак сиреп; например,  $\sqrt{16}$  вăреш  $\sqrt{16}$  сирăт.

*Кореньым кѣчăлмѣ действим кореньым извлекайымаш маныт.*

Ти действи степенъшш възвышайымашлан обратный ылеш, ти действидон степенъшш възвышайш мам пуат, тѣдѣм (степенъшш основанижым) мот, а пумыжы, степенъшш възвышайымы годым мам кѣчăлѣт, тѣдѣ (степень бѣшкежок) ылеш. Седѣндон кореньым извлекайымаш правильно ылмашым степенъшш възвышайымашдон проверяен кердѣнă. Например,  $\sqrt{125} = 5$  равенством проверяйымы годым, 5-м кубыш възвышайш келеш; корень лѣвланнѣш числам 125-м плучаенă гѣнь, мă 5-ан числам 125-н кубичный кореньжы ылеш манын кердѣнă.

**107. Арифметический корень.** Положительный числа гѣц извлекайымы дă бѣшкежăт положительный числа ылшы кореньым арифметический корень маныт. Например, 49-н арифметический квадратный кореньжы 7 лиэш,  $-7$ -ат 49-н квадратный кореньжы ылеш, тѣнге гѣнят, ти кореньым арифметический манаш акли.

Арифметический кореньын кок свойствыжым анжыктенă.

а) Арифметический  $\sqrt{49}$  моаш келеш. Ти корень 7 лиэш, тиш-

тй  $7^2 = 49$  ылеш. Ёнде техень вопросым шёнденя:  $\sqrt{49}$  лишй, иктя-махань вес  $x$  положительный числам моаш акли вал маньна. Техень числа улы маньн анженя. Тёнам тй числа аль 7 гёц изи, аль 7 гёц кого лиэш.  $x < 7$  лиэш гёнь,  $x^2 < 49$  лиэш (сомножительвля положительный ылмы годым, множимый дон множительным изиэмдёмашеш произведени изиэмеш);  $x > 7$  лиэш гёнь,  $x^2 > 49$  лиэш. Значит, ни 7 гёц изи ылшы, ни 7 гёц кого ылшы нимахань положительный числаат  $\sqrt{49}$  лин ак керд. Тенге гёнь, пумы числашты пумы степеньын арифметический кореньжы иктё веле лин кердеш.

Кореньн положительный значенижы гишан веле ана попы гёнь, весё лактеш ылы; например,  $[7^2 = 49$  дё  $(-7)^2 = 49$  ылэш], седёндон  $\sqrt{49}$  7-ан числаланат дё  $-7$ -ан числаланат равный ылеш.

б) Равный агыл ылшы кок положительный числам нальёня; например 49 дё 64: Тиштё  $49 < 64$  ылеш, седёндон  $\sqrt{49} < \sqrt{64}$  лиэш (арифметический квадратный кореньым  $\sqrt{\quad}$  знакдон анжыктеня гёнь веле тенге лиэш). Лачокок:  $7 < 8$  лиэш. Тенгеок  $64 < 125$  ылешят,  $\sqrt[3]{64} < \sqrt[3]{125}$  лиэш. Лачокок  $\sqrt[3]{64} = 4$  дё  $\sqrt[3]{125} = 5$  дё  $4 < 5$  лиэш. Вообщежы:

**Изирак положительный числан арифметический кореньжят изирак лиэш (тё степенёнок).**

**108. Алгебраический корень.** Кореньым положительный числа гёц извлекаеш ак кел гёнь дё кореньжят положительный лишашлык агыл гёнь, тё кореньым *алгебраический* маньт. Тенге,

$\sqrt[n]{a}$  выражени лёвёлнй  $n$ -ый степеня алгебраический корень ылеш гёнь, тидё  $a$  числа положительныят дё отрицательныят лин кердём анжыкта дё корень ёшкежят положительныят дё отрицательныят лин кердём анжыкта.

Алгебраический кореньн нёл свойствыжым анжыктеня.

а) Положительный числан нечетный степеня кореньжы положительный числа лиэш.

Например,  $\sqrt[3]{8}$  положительный числа лишашлык (ти числа 2 лиэш), тиштё нечетный показателян отрицательный числам степенёш возышайымыкы, отрицательный числа лиэш.

б) Отрицательный числан нечетный степеня кореньжы отрицательный числа лиэш.

Например,  $\sqrt[3]{-8}$  отрицательный числа лишашлык (ти числа  $-2$  лиэш), тиштё положительный числам керек-махань степенёш возышайымыкат, положительный числа плучаялтеш, отрицательный числа ак плучаялт.

в) Положительный числан четный степеня кореньжы противоположный знакан кок значениан дё икань абсолютный величинаан лиэш.

Например,  $\sqrt{+4} = +2$  дё  $\sqrt{+4} = -2$ , ёне  $(+2)^2 = +4$  дё  $(-2)^2 = +4$ ; тидат тенгеок лиэш:  $\sqrt[4]{+81} = +3$  дё  $\sqrt[4]{+81} = -3$ , ёне  $(+3)^4$  дё  $(-3)^4$  степенёвля ик числаок  $+81$  лит.

Р  
лич  
сир

Г  
лож  
числ  
выш  
плу  
числ

С  
числ  
ный

Упр

ИЗВ  
ква  
ква  
пас  
шан  
мап  
нин  
кор

час  
ылл

Кореньын кок значенийн ылмыжым, кореньын абсолютный величинажы анзылан кок знакым шынден сирен анжыктат. Тенге сират:

$$\sqrt{4} = \pm 2; \sqrt{a^2} = \pm a; \sqrt{9x^4} = \pm 3x^2.$$

г) Отрицательный числан четный степеня кореньжы ни положительный, ни отрицательный числа лин ак керд. Ти кок числашты, керек-кыдыжым четный показателя степенъш возышаймыкы, отрицательный числа агыл, положительный числа плучаялтеш. Например,  $\sqrt{-9}$  ни  $+3$ , ни  $-3$  да нимахань вес числаат лин ак керд.

Отрицательный числан четный степень кореньжым *мнимый* числа маныт, мол числавляжым *вещественный*, аль *действительный*, числавля маныт.

### Упражненивлä.

Ти выраженивлäm шотаен лыкта:

189.  $\sqrt{100}$ ;  $\sqrt{0,01}$ ;  $\sqrt{\frac{1}{4}}$ ;  $\sqrt{\frac{9}{16}}$ ;  $\sqrt{a^2}$ ;  $\sqrt{x^2}$ ;

190.  $(\sqrt{5})^2$ ;  $(\sqrt[3]{27})^3$ ;  $(\sqrt[5]{a})^5$ ;  $(\sqrt{1+x})^2$ .

191.  $\sqrt[3]{+27}$ ;  $\sqrt[3]{-27}$ ;  $\sqrt[3]{\frac{1}{8}}$ ;  $\sqrt[3]{-\frac{1}{8}}$ ;  $\sqrt[3]{-0,001}$ .

192.  $\sqrt[4]{16}$ ;  $\sqrt[4]{\frac{1}{16}}$ ;  $\sqrt[4]{81}$ ;  $\sqrt{-4}$ ;  $\sqrt{-a^2}$ ;  $\sqrt{-16}$ .

**109. Произведение, степенъын дä дробъын кореньым извлекайымаш.** а) Например,  $abc$  произведение арифметический квадратный кореньжым извлекаеш келеш. Тиштý произведением квадратыш возышай келеш ылгецý, каждый сомножительым пасна-пасна квадратыш возышай линежý (46 §-шты мä тидý гишан ужнына). Кореньым извлекайымаш степенъш возышайымаш действилан мýнгешлä действии ылеш, седýндон произведение кореньжым извлекайымы годымат, каждый сомножительын кореньым пасна-пасна извлекаеш лиэш. Например:

$$\sqrt{abc} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \cdot \sqrt{c}.$$

Ти равенство верно ылмым пäläш, тидýн вургымла велнýш частышым квадратыш возышаенä (произведение степенъжы гишан ылшы теорема сембýнь бштенä):

$$(\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \cdot \sqrt{c})^2 = (\sqrt{a})^2 \cdot (\sqrt{b})^2 \cdot (\sqrt{c})^2.$$

Кореньым определяйымы сембýнжý тенге лиэш:

$$(\sqrt{a})^2 = a, \quad (\sqrt{b})^2 = b, \quad (\sqrt{c})^2 = c.$$

Следовательно:

$$(\sqrt{a} \sqrt{b} \sqrt{c})^2 = abc.$$

$\sqrt{a} \sqrt{b} \sqrt{c}$  произведений квадратшы  $abc$  лиэш гынь, ти произведени  $abc$ -н квадратный кореньжыдон равный ылмым анжыкта. Тидят тиштбшы ганьок лиэш:

$$\sqrt[3]{abc} = \sqrt[3]{a} \sqrt[3]{b} \sqrt[3]{c},$$

бне

$$(\sqrt[3]{a} \sqrt[3]{b} \sqrt[3]{c})^3 = (\sqrt[3]{a})^3 (\sqrt[3]{b})^3 (\sqrt[3]{c})^3 = abc.$$

Значит, произведений арифметический кореньжым извлекаемы годым, ти произведений каждый сомножительжын кореньым пасна-пасна извлекаеш лиэш.

б) Ти равенствывла верно ылмым проверяен палаш куштылгы:

$$\sqrt{a^4} = a^2, \text{ потому что } (a^2)^2 = a^4,$$

$$\sqrt[3]{x^{12}} = x^4, \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad (x^4)^3 = x^{12} \text{ да пакылаат тенгеок.}$$

Значит, степеннын показательжы кореньын показателеш пайыалтшы степеннын кореньжым момы годым, степеннын показательжым кореньын показателеш пайылаш лиэш.

в) Ти равенствывлаят верно лит:

$$\sqrt{\frac{9}{16}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{16}} = \frac{3}{4}, \text{ потому что } \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{3^2}{4^2} = \frac{9}{16},$$

$$\sqrt[3]{\frac{8}{27}} = \frac{\sqrt[3]{8}}{\sqrt[3]{27}} = \frac{2}{3} \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{2^3}{3^3} = \frac{8}{27}.$$

Вообщей:

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}; \quad \sqrt[3]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{b}}.$$

Значит, дробьын кореньжым извлекаемы годым, числительын да знаменательын кореньыштым пасна извлекаеш лиэш.

Тиштб арифметический корень гишан келесимы ылеш.

Примервлә.

$$1. \sqrt{9a^4b^6} = \sqrt{9} \sqrt{a^4} \sqrt{b^6} = 3a^2b^3.$$

$$2. \sqrt[3]{125a^6x^9} = \sqrt[3]{125} \sqrt[3]{a^6} \sqrt[3]{x^9} = 5a^2x^3.$$

Замечани. Кычальмы корень четный степенян ылеш гынь да алгебраический лишашлык гынь, момы результат анзылан кок знаком  $\pm$  шындаш келеш. Например:

$$\sqrt{9x^4} = \pm 3x^2.$$

Упражненивлә.

$$193. \sqrt{4 \cdot 9}; \quad \sqrt{\frac{1}{4} \cdot 0,01 \cdot 25}; \quad \sqrt{4a^2b^2}; \quad \sqrt{9a^2x^2y^4}.$$

$$194. \sqrt[3]{-27a^3b^6}; \sqrt[4]{\frac{1}{16}a^4x^4}; \sqrt[5]{abc}.$$

$$195. \sqrt{a^4}; \sqrt{2^4}; \sqrt{x^6}; \sqrt{(a+b)^4}.$$

$$196. \sqrt[3]{2^6}; \sqrt{-a^6}; \sqrt[3]{x^9}; \sqrt[5]{(m+n)^6}.$$

$$197. \sqrt[3]{\frac{8}{125}}; \sqrt[3]{-\frac{27}{1000}}; \sqrt[3]{\frac{a^6}{b^3}}; \sqrt[3]{\frac{x}{y^3}}; \sqrt{\frac{x}{y}}.$$

$$198. \sqrt{25a^6b^2c^4}; \sqrt{0,36x^4y^2}; \sqrt{\frac{1}{4}(b+c)^6x^4}.$$

## II. Числавлән квадратный кореньыштым извлекайымаш.

**110. Пытәриш замечанивлә.** а) Ти главашты „квадратный корень“ манмы вәреш „корень“ веле манаш тӱнгәльнә.

б) Натуральный рядын числавләм: 1, 2, 3, 4, 5, ..., квадратыш возвышаенә гынь, квадратвлән техень таблицым плучаенә:

$$1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144, \dots$$

Ти таблицышкы пырыдымы цела числавлә пиш шуку улы. Ти числавлән цела кореньыштым извлекаеш акли. Седӱндон, иктә-махань цела числан кореньжым извлекаеш келеш гынь, например  $\sqrt{4082}$  моаш келеш гынь, ти тревайымашым тенге ынгылаш тӱнгәльнә: лиэш гынь, 4082-н цела кореньжым извлекаеш келеш маньна, акли гынь, мә сек кого цела числам наибольшийым мошашлык ылына, мошашлык числан квадратшы 4082 числашты лижбӱ (техень числа 63 ылеш, ӱне  $63^2 = 3969$ , а  $64^2 = 4096$ ).

в) Пумы числа 100 гыц изи гынь, тӱ числан кореньжым таблица умноженидон моаш лиэш.

**111. 10 000 гыц изи дә 100 гыц кого цела числан кореньжым извлекайымаш.** Мәләннә  $\sqrt{4082}$  моаш келеш. Ти числа 10 000 гыц изи ылеш, седӱндон тидӱн кореньжы 100 гыц изи лиэш. Пумы числа 100 гыц кого ылеш, седӱндон тидӱн кореньжы 10 гыц кого (әль 10) лиэш. Но 10 гыц кого (әль 10) дә 100 гыц изи числа ылеш гынь, тӱдӱ кок цифран ылеш, значит, кӱчәлмӱ корень сумма лиэш:

десяткәвлә + единицывлә,

седӱндон тидӱн квадратшы сумма лишәшлык:

$$(\text{десяткәвлә})^2 + 2 \cdot (\text{дес.}) \cdot (\text{един.}) + (\text{единицывлә})^2.$$

Ти сумма 4082-шты сек кого квадрат лишәшлык. (Десяткәвлә)<sup>2</sup> шӱдӱ лит, седӱндон десяткәвлән квадратым пумы числан шӱдӱвләштӱ кӱчәләш келеш. Ти числашты 40 шӱдӱ (вургымла вецӱн кок цифрым запятойдон айыренәәт, шӱдӱвлән шотыштым пәленә). Но 40-штӱ цела квадратвлә шуку улы: 36, 25, 16, ... дә молат. Нинӱ логыц сек когожым, 36-м нәльнә дә кореньын десяткәвләжӱн квадратшы ти сек кого квадрат ылеш мань шаненә. Тӱнән кореньыштыш десяткәвлән шотышты 6 лиэш. Ёнде проверяен ан-

женә: кореньын десятикәвлән шотшы корень лывәлнйш числан шудывләжын сек кого цела корень лиэш. Лачокок, мәмнән примерыштына кореньын десятикәвлә шотшы 6 гыц утла лин ак керд, йне (7 дес.)<sup>2</sup> = 49 шуды лиэш, тидыжы 4082 гыц утла лиэш. Но тиды 6 гыц чыдат лин ак керд, йне 5 десятикә (единицывләжыдон) 6 десятикә гыц чыды ылеш, а (6 дес.)<sup>3</sup> = 36 шуды лиэш, тидыжы 4082 гыц чыды плучаялтеш. Мә вет сек кого кореньым кычәлйнә, седьон кореньлән 5 десятикәм нәлмйлә агыл, тиштй 6 десятикәжәт эче кого агыл. Мә йнде кореньын десятикә шотым, йне 6-м монна. Ти цифрым равенство (=) знак вургымла велән сиренә дә тиды кореньын десятикә ылмыжым әшйндәренә. Тидым квадратыш возышаймыкы, 36 шудым плучаенә. Ти 36 шудым корень лывәлнйш числан 40 шуды гыц лыктына дә остатокшы сага 82-м сиренә:

$$\begin{array}{r} \sqrt{40'82} = 6 \\ 36 \\ \hline 48'2 \end{array}$$

482-ан числашты техень сумма лишәшлык:

$$2 \cdot (6 \text{ дес.}) \cdot (\text{един.}) + (\text{един.})^2.$$

(6 дес.) · (един.) произведени гыц десятикәвлә лишәшлык ылыт, седьон десятикәвләм единицеш умножымы удвоенный произведеним остатокын десятикәвләштй кычәләш келеш, вес статья келесенжы 48-штй (48'2 остатокыштыш ик цифрым вургымла вец айыренәят, ти числам плучаенә). Кореньын удвоенный десятикәжы 12 лиэш. Значит, 12-м кореньын единицывләш умножымыкы (кызыт ты числам ана пәлы), 48-штй ылыш числа плучаялтеш. Седьон мә 48-м 12-еш пайыленә. Тидым йштәш манын, остатокын вургымла веләнжы вертикальный чертам ыдыралына дә ты черта вес велән (ик цифрлан вәрйм коден, ти цифрым скоро пәленә) кореньын удвоенный пйтәриш цифржым 12-м сиренә дә ти цифреш 48-м пайыленә.

Частныйышты 4 плучаялтеш. Тынге гынят, анзыцок 4-ән цифр кореньын единицыжы лиэш манын шотлаш акли. Мә кызыт остатокын десятикәвләжым циләгеок 12-еш пайыленнә. Но вет ти числан юж частьшы удвоенный десятикәвләм единицеш умножымы произведенишкы агыл, единицывлән квадратышкы пырышы лин кердеш. Седьон 4-ән цифр кого лин кердеш. Ти цифрым и с п ы т ы в а е н анжаш келеш.  $2 \cdot (6 \text{ дес.}) \cdot 4 + 4^2$  сумма 482 остаток гыц кого ак ли гынь веле, ти цифр ярал лиэш. Ти суммым мә тенге простан йштенок шотаен лыктын кердйнә: вертикальный черта вес велән кореньын удвоенный цифржы (12) сага, вургымла велән 4-ән цифрым сиренә (ти цифрым сирәш мә вәрйм коденнә ылы) дә плучаялтшы числам ти цифрешок умноженә (124-м 4-еш умноженә).

$$\begin{array}{r} \sqrt{40'82} = 6 \\ 36 \\ \hline 124 \overline{) 48'2} \\ 4 \quad 496 \end{array}$$

Лачокок йа, тидьм умножымыкы, ма 4-м 4-еш умноженя, значит, кореньын единицывлажьн квадратум мона. Вара ма 12 десяткям 4-еш умноженя, значит, кореньын удвоенный десяткявлажьм единицывлажьш умножымы произведением мона. Результатышты ма когыныштынымат суммыштым плучаеня. Плучаялтыш произведени 496 лиэш, тидь 482 остаток гьц кого ылеш, значит, 4-ан цифр кого лиэш. Бнде тьшец изирак цифрым 3-м нальна да испытываен анженя. 4-ан цифрым да 496 произведением ьштьн шуэня, 4-ан цифр вяреш 3 сиреня да 123-м 3-еш умноженя:

$$\begin{array}{r} \sqrt{40'82} = 63 \\ 36 \\ 123 \overline{) 48'2} \\ 3 \overline{) 369} \\ 113 \end{array}$$

Тишты 369 произведени 482 остаток гьц изи ылеш; значит, 3-ан цифр тишакен яра (ти цифрат кого лин ылгець, тишец изирак цифрым 2-м налаш келеш ылы). 3-ан цифрым коренеш десяткявлан цифр сага, вургымла веланжьи сиреня. Кодшы остаток 113 ылеш, ти числа пумы числан сек кого квадратшы гьц уты ылеш. Проверяяш манын, 63-м квадратыш возвычаеня да результатышкыжы 113-м приваеня:

$$\begin{array}{r} 63^2 = 3969 \\ + 113 \\ \hline 4082 \end{array}$$

Проверяйымаштат суммышты 4082-ан числок плучаялтын, себьндон действи верно ьштьмь ылеш.

Примервля.

$$1. \sqrt{12'25} = 35$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ 65 \overline{) 32'5} \\ 5 \overline{) 325} \\ 0 \end{array}$$

$$2. \sqrt{86'55} = 93$$

$$\begin{array}{r} 81 \\ 183 \overline{) 55'5} \\ 3 \overline{) 549} \\ 6 \end{array}$$

$$3. \sqrt{16'05} = 40$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ 8 \overline{) 0'5} \end{array}$$

$$4. \sqrt{87'2} = 29$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ 49 \overline{) 47'2} \\ 9 \overline{) 441} \\ 31 \end{array}$$

$$5. \sqrt{64'00} = 80$$

$$\begin{array}{r} 64 \\ \hline 00 \end{array}$$

Ньльмшьи примерышты остатокин 47 десяткям 4-еш пайылымы годым, частныйышты 11 плучаялтеш. Но кореньын единицывлажьн цифр двузначный числа 11 аль 10 лин ак керд, себьндон пьтариок 9-ан цифрым испытываяш келеш.

Вьзымшьи примерышты пьтариш грань гьц 8-н квадратным лыкмыкы, остаток 0 лиэш, тидь гьц варашы граньвлаштьжят





тидѣм бѣштѣш манын, 9-м 36 сага, вургымла велѣнжѣ сиренѣ дѣ ти цифрешок умножѣнѣ. Произведени 3321 плучаялтын, тидѣ остаток гѣц изи. Значит, 9-ѣн цифр тишѣкен яра, ти цифрым коренеш сиренѣ.

Вообшежѣ, керек-махань цела числан квадратный корень-жым извлекаймы годым, пѣтѣри шудѣн числавлѣжѣн корень-ым извлекайш келеш; ти числа 100 гѣц кого гѣнѣ, ти шудѣн-влѣн шудѣн числавлѣжѣн кореньым кѣчѣлѣш келеш, вес статян келесенжѣ пумы числан лу тѣжемвлѣжѣн кореньым кѣчѣл-мѣлѣ; ти числаат 100 гѣц кого лиѣш гѣнѣ, лу тѣжемвлѣн шудѣн числавлѣжѣн кореньым извлекайш келеш, вес статян келесенжѣ пумы числан миллионвлѣжѣн кореньым извлека-йымла дѣ пақылаат тенгеок.

Примервлѣ.

$$1. \sqrt{872'00'00} = 2952$$

4	47'2
9	44'1
585	310'0
5	2925
5902	1750'0
2	1180'4
	5696

$$2. \sqrt{3'50'32'60'89} = 18717$$

1	25'0
28	224
8	263'2
367	2569
7	636'0
3741	3741
1	26198'9
37427	261989
7	0

$$3. \sqrt{9'51'10'56} = 3084$$

9	511'0
608	4864
8	2465'6
6164	24656
4	0

Остатка примерышты пѣтѣриш цифрым момыкы дѣ тѣдѣн квадратшым лыкмыкы, остатоқышты 0-м плучаенѣ. Ынде вес 2 цифрым 51-м валтен шѣнденѣ. Десяткѣвлѣм айыренѣят, мѣ 5 десяткѣм плучаенѣ. Кореньыштыш удвоенный цифржы 6 лиѣш. Значит, 5-м 6-еш пайылымыкы, мѣ 0-м плучаенѣ. Коренеш 0-м шѣн-денѣ (кокшы вѣреш) дѣ остаток сага вес 2 цифрым валтен шѣнденѣ; ѣнде 5110-м плучаенѣ. Пақылажы молнамшылаок бѣш-тенѣ.

$$4. \sqrt{81'00'00} = 900$$

81	
	0

Ти примерышты кӱчӱлмӱ кореньышты 9 шӱдӱ веле ылеш, седӱндон десяткӱвлӓ дон единицывлӓ вӑреш нулым шӱндӱш келеш.

**Правило.** Пумы цела числан квадратный кореньжым извлекаймы годым, числан цифрвлӓжым вургымла кид вецӱн шалахай кид векӱлӓ граньвлӓэш пайылат. Каждый граньышты кок цифр лижӱ, пӱтӱришӱ (шалахай велнӱшӱ) граньышты ик цифрат лин кердеш.

Кореньын пӱтӱриш цифржым момы годым, пӱтӱриш граньын квадратный кореньжым извлекаят.

Кореньын кокшы цифржым момы годым, кореньын пӱтӱриш цифржын квадратным пӱтӱриш грань гӱц лыктыт, остатокшы сага вес граньым валтен шӱндӱт дӓ плучаялтшы числан лувлӓжым кореньын удвоенный пӱтӱриш числаэш пайылат; плучаялтшы цела числам испытываен анжат.

Испытываймашым тенге ыштӱт: вертикальный числан вес велӱнжӱ (остаток гӱц шалахай велӱн) анзыц момы кореньын удвоенный числам сирӱт дӓ тӱ числа сага вургымла велӱнжӱ испытываймы цифрым сирӱт; ти цифрым сирӱмӱкӱ плучаялтшы числам испытываймы числаэш умножат. Умножымы паштек плучаялтшы числа остаток гӱц кого лиэш гӱнь, испытываемый тӱ цифр ак яры лиэш, тӱнӱм вес изирӱк цифрым испытываяш келеш.

Кореньын мол цифрвлӓжымӱт тенгелӱок мот.

Граньым валтымыкы плучаялтшы числан лувлӓжӱ делитель гӱц чӱдӱрӱк лит гӱнь, вес статян келесенжӱ момы кореньын удвоенный частьшы гӱц чӱдӱ лиэш гӱнь, коренеш 0-м шӱндӱт. Вара вес граньым валтат дӓ действием пакыла ыштӱт.

**113. Кореньын цифрвлӓ шот.** Кореньым момы процесс гӱц тенге лӱктеш: корень лӱвӱлнӱ кок цифран граньвлӓ маняры ылыт, кореньыштат тӱнӱрӱ цифр лиэш (шалахай велнӱш граньышты ик цифрат лин кердеш). Тидӱм вес статям келесӱмӱкӱ тенге лиэш: корень лӱвӱлнӱш числан цифр шотшы четный числа лиэш гӱнь, кореньыштыш цифр шот ти четный числа гӱц кок пай чӱдӱ лиэш. Корень лӱвӱлнӱш числан цифр шотшы нечетный числа лиэш гӱнь, кореньыштыш цифр шот ти нечетный числа гӱц кок пай чӱдӱ дӓ тӱшкӱ ик единицым приваймы нӱрӱ лиэш.

### Упражненивлӓ.

Ти числавлӱн квадратный кореньыштым моаш келеш:

199.  $\sqrt{289}$ ;  $\sqrt{4225}$ ;  $\sqrt{61009}$ ;  $\sqrt{582169}$ .

200.  $\sqrt{135424}$ ;  $\sqrt{956484}$ ;  $\sqrt{57198969}$ ,

201.  $\sqrt{68492176}$ ;  $\sqrt{422220304}$ ; 202.  $\sqrt{285970396644}$ .

203. Тидӱм ынгылдараш келеш: ти нӱл числашты: 2, 3, 7 дӓ 8 иктӓ числажыдон пӱтӱшӱ цела числавлӓ точный квадрат лин ак кердеп.

### III. Приближенный квадратный кореньым извлекайымаш.

**114. Точный кореньым извлекаеш литымь кок слу-  
чай.** Пумы цела числан аль дробный числан кореньжын квадратшы  
пумы числа нәрйи лиэш гынь, ти числам пумы цела числан аль  
дробный числан точный квадратный кореньжы маныт. Южнамжы,  
пумы числан кореньжым извлекаеш акли. Точный кореньым из-  
влекаеш литымь анзычок палаш лижы манын, ма техень при з-  
наквләм анжыктенә.

а) Пумы цела числан точный цела кореньжым извлекаеш  
акли гынь (извлекайымы годым остаток плучаялтеш), техень  
числан дробный точный кореньжымат моаш акли, вет цела чис-  
лалан равный агыл ылшы керек-махань дробьым йшкешыжок  
умножымыкы, произведеништы цела числа агыл, дробь плуча-  
ялтеш.

б) Дробьын кореньжым извлекайымы годым, числительын да  
знаменательын кореньыштым извлекаеш да пйтәриш результатым  
кокшы результатеш пайылаш келеш. Числительын да знамени-  
тельный кореньыштым извлекаеш акли гынь, сокращаяш литымь  
дробьын точный кореньжым моаш акли. Например, техень дробь-

влән:  $\frac{4}{5}, \frac{8}{9}$  да  $\frac{11}{51}$  точный кореньыштым извлекаеш акли. Тишты

пйтәриш дробьын знаменательжын, кокшы дробьын числительжын  
да кымшы дробьын ни числительжын, ни знаменательжын корень-  
ыштым извлекаеш акли.

Кореньым извлекаеш литымь числавлән кореньышты прибли-  
женный веле лиэш, техень кореньвлә гишән ма йнде попаш тын-  
гәлбәнә.

**115. 1 якте точносян приближенный корень.** Иктә-ма-  
хань цела числа техень кок требованилән ярал лиэш гынь, тй  
числам пумы числан (цела числан аль дробный числан — соикток)  
1 якте точносян приближенный квадратный корень маныт. Тре-  
бованивләжы техеньвлә ылыт: 1) ти числан квадратшы пумы  
числа гыц изи (аль ти числа нәрйи) лиэш гынь, но 2) ти числан  
квадратышкыжы иктым привайымыкы, ти числа пумы числа гыц  
кого лиэш гынь. Вес шамаквләдон келесымькы тенге лиэш: *сек  
кого цела числан квадратшы пумы числа гыц угла агыл гынь,  
тйхень числам, цела числан 1 якте точносян квадратный ко-  
реньжы маныт*, техень кореньым ма тишец анзылныш главашты  
монна ылы. Точный кореньым плучаяш гынь, ти приближенный ко-  
реньышкы 1 гыц изи числам приваяш келеш, палбдымь точный  
корень вәреш ти приближенный кореньым нәлбәнә гынь, ма 1 гыц  
изирәк самыным йштенә, седьндон ти кореньым 1 якте точ-  
но с т я н приближенный корень маныт.

Например, 395,74-н 1 якте точносян приближенный кореньжым

моаш келеш. Мä, ти числан дробьшым анжыдеок, цела числажын кореньжым извлекаенä:

$$\sqrt{395} = 19$$

	1	
29	29	5
9	26	1
		34

Тиштй 19, кйчäлмйнä корень ылеш. Вет  $19^2 < 395,74$  лиэш, а  $20^2 > 395,74$ .

**Правило. 1** якте точностян квадратный кореньым момы годым, пумы числан цела частьшын сек кого цела кореньжым извлекаеш келеш.

Ти правилыдон момы числа недостатокан приближенный корень лиэш, ти числашты точный корень якте тамахань числа (1 гйц изи) ак ситй. Ти кореньыш 1-м приваенä гйнь, вес числам плучаенä, ти числа избытокан лиэш, избытокшы 1 гйц изи. Иктйм привайыман ти кореньым 1 якте точностян приближенный корень манаш лиэш, тидй недостатокан агыл, избытокан корень ылеш.

### 116. $\frac{1}{10}$ якте точностян приближенный корень.

$\sqrt{2,35104}$ -н (2,35104-н квадратный кореньжым)  $\frac{1}{10}$  якте точностьдон моаш келеш (недостатокан кореньым). Тидй теве мам анжыкта: тиштй десятичный дробьым моаш келеш, ти дробышты цела единицывлä дä десятиый долявлä лиштй дä ти кок требовавилан ярал лижй: 1) ти дробьын квадратшы 2,35104 гйц угла йнжй ли, но 2) тидй  $\frac{1}{10}$ -еш умножымыкы, ти когөмдймй дробьын квадратшы 2,35104 гйц угла лижй.

$$\sqrt{2,35104} = 1,5$$

	1	
25	1	35
5	1	25
		10

Техень дробьым момы годым, мä пйтäри 1 якте точностян приближенный кореньым мона, вес статян келесенжй, цела числан 2-н кореньжым веде извлекаенä дä 1 плучаенä (остатокышты 1 лиэш). Коренеш 1-än цифрым сиренä дä сагажы запятойым шйнденä. Ёнде десяткäан цифрым кйчäлäш тйнгäлйнä. 1-än остаток сага 35-м валтен шйнденä дä 235-än цела числан кореньжым извлекайымлаок ёштäш тйнгäлйнä. Плучаялтшы 5-än цифрым коренеш, десяткävлän вäреш сиренä. Корень лйвälнйш мол цифрвлäжй (104) мälänнä керäl агылеп. Плучаялтшы 1,5-än числа

$\frac{1}{10}$  якте точностян приближенный корень ылымы теве тишец каеш: 235-н сек кого цела кореньжым 1 якте точностьдон монна ылгецѣ, 15-м плучаенä ылы, значит:

$$15^2 \leq 235, \text{ но } 16^2 > 235.$$

Ти числавлäm 100-еш пайылымыкы, тинärѣм плучаенä:

$$\frac{15^2}{100} \leq 2,35; \quad \frac{16^2}{100} > 2,35,$$

ѣне

$$\left(\frac{15}{10}\right)^2 \leq 2,35; \quad \left(\frac{16}{10}\right)^2 > 2,35,$$

äль

$$1,5^2 \leq 2,35; \quad 1,6^2 > 2,35.$$

Тенге гѣнь,

$$1,5^2 < 2,35104; \quad 1,6^2 > 2,35104^1).$$

Значит, 1,5-än числа,  $\frac{1}{10}$  якте точностьдон момы приближенный коренян десятичный дробь ылеш.

Тенгелäок ѣштен, мä 0,1 якте точностян приближенный кореньвлäm мона:

$$\begin{array}{r} \sqrt{57,40} = 7,5 \\ 49 \\ 145 \overline{) 840} \\ \underline{5 \quad 7 \quad 25} \\ 115 \end{array} \quad \sqrt{0,30} = 0,5 \quad \frac{25}{5} \quad \sqrt{0,03'8} = 0,1 \quad \frac{1}{28}$$

117.  $\frac{1}{100}, \frac{1}{1000}$  дä молывлä якте точностян прибли-

женный корень. Например,  $\sqrt{248}$ -н  $\frac{1}{100}$  якте точностян прибли-

женный недостатокан кореньжым моаш келеш. Тидѣ теве мам анжыкта: целый, десятичный дä сотый долявлän десятичный дробь-ым моаш дä ти дробь техень кок требованилän ярал лижѣ: 1) ти дробьын квадратшы 248 гѣц утла агыл лижѣ, 2) ти дробьым  $\frac{1}{100}$ -еш умножымыкы, квадратшы 248 гѣц утла лижѣ.

Техень дробьым мä тенге мон кердѣнä: пѣтäри цела числам мона, вара десятиян цифрым дä тѣшец вара сотыян цифрым. Цела числан кореньжы 15 цела лиэш. Десятиян цифрым плучаяш, 23

<sup>1)</sup> 0,00104-än числам привайымыкы,  $\leq$  двойной знак вaштaлтшaшлык,  $<$  знак лишäшлык, а  $>$  знак кодшaшлык ( $0,00104 < 0,01$  ылешät).

остаток сага 2 цифрым валтен шьндэш келеш (ти кок цифржы запятой гьц вургымла велнй ылыт):

$$\sqrt{2'48',00'00} = 15,74$$

$$\begin{array}{r} 1 \phantom{00} \\ 25 \overline{)14'8} \\ \underline{5 \phantom{00}} \\ 307 \overline{)230'0} \\ \underline{7 \phantom{00}} \\ 3144 \overline{)1510'0} \\ \underline{4 \phantom{00}} \\ 2524 \end{array}$$

Мамнән примерыштына ти цифрвлä уке; ти цифрвлä вәреш нульвлäm шьнденä. Ти нульвлäm остаток сага валтен шьнденä дä 24 800-н кореньжым извлекаеш тьнгäльнä, бнде десятиян 7-än цифрым мона. Тидьмät цела числан кореньжым момылаок бштенä. Бнде сотыян цифрым моаш кодын. Тидьм бштäш манын 151 остаток сага эче 2 нульым валтен шьнденä дä цела числан кореньжым момылаок 2 480 000-н кореньжым извлекаенä. 15,74-м плучаенä. 248-н  $\frac{1}{100}$  якте недостатокан точностьдон момы приближенный кореньжы ылмы теве ма гьц каеш. 2 480 000-än цела числан сек кого квадратный кореньжым монна ылгець, 1574-м плучаенä ылын; значит:

$$1574^2 \leq 2\,480\,000, \text{ но } 1575^2 > 2\,480\,000.$$

Цилä числам 10 000-еш ( $=100^2$ ) пайыленä гьнь, тинäрьбм плучаенä:

$$\frac{1574^2}{100^2} \leq 248,0000; \quad \frac{1575^2}{100^2} > 248,0000,$$

аль

$$\left(\frac{1574}{100}\right)^2 \leq 248,0000; \quad \left(\frac{1575}{100}\right)^2 > 248,0000,$$

аль

$$15,74^2 \leq 248; \quad 15,75^2 > 248.$$

Значит, 15,74-än десятичный дробь, 248-н  $\frac{1}{100}$  якте точностьдон момы недостатокан приближенный корень ылеш.

$\frac{1}{1000}$ ,  $\frac{1}{10000}$  якте точностян приближенный кореньым момашты тенгелäок бштьмькь, теве ма лäктеш:

**Правило.** Пумы цела числан аль десятичный дробьын  $\frac{1}{10}$

$\frac{1}{100}$ ,  $\frac{1}{1000}$  дä молывлä якте недостатокан точностьдон прибли-

женный кореньым момы годым, пйтәри цела числан 1 якте недостатокан точностьдон приближенный кореньым мот (цела числа уке гынь, коренеш 0 целыйым шындәт).

Вара десятиян цифрым мот. Тидым моаш манын, остаток сага корень лывәлнш числа сагашы запятой гыц вургымла велнш ылшы кок цифрым валтен шындәт (техень цифрвлә уке гынь, остаток сага кок нулым шындәт) дә цела числан кореньым извлекайымлаок ыштәт. Плучаялтшы цифрым кореньышкы десятый цифрвлә вәреш сирәт.

Тышец вара сотый цифрым мот. Тидым моаш манын, остаток сага токо веле валтен шындымш цифрвлән вургымла веләншты эче кок цифрым сирәт, пакулаат тенгеок ыштәш келеш.

Тенге гынь, десятичный дробьан цела числан кореньым извлекайымы годым, запятой гыц шалахай векылә (цела числан частыштыжы) дә вургымла векылә (дробный частыштыжы) пумы числам граньвләэш пайылаш келеш, каждый граньышты кок цифр ряды лижы.

Примервлә.

1.  $\frac{1}{100}$  якте кореньвләм моаш келеш: а)  $\sqrt{2}$ ; б)  $\sqrt{0,3}$ .

а)  $\sqrt{2} = 1,41$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 24 \overline{) 10'0} \\ \underline{4} \phantom{0} \\ 28 \phantom{0} \\ 28 \phantom{0} \\ \underline{1} \phantom{0} \\ 119 \end{array}$$

б)  $\sqrt{0,30} = 0,54$

$$\begin{array}{r} 25 \\ 104 \overline{) 50'0} \\ \underline{4} \phantom{0} \\ 84 \end{array}$$

2.  $\frac{1}{10000}$  якте извлекайыш келеш:

а)  $\sqrt{0,38472}$ ; в)  $\sqrt{\frac{3}{7}}$ .

а)  $\sqrt{0,38'47'20} = 0,6202$

$$\begin{array}{r} 36 \\ 122 \overline{) 24'7} \\ \underline{2} \phantom{0} \\ 1240 \overline{) 3200'0} \\ \underline{2} \phantom{0} \\ 7196 \end{array}$$

б)  $\sqrt{\frac{3}{7}} = \sqrt{0,42'85'71'42}$

$$\begin{array}{r} 36 \\ \sqrt{0,42'85'71'42} = 0,6546 \\ 125 \overline{) 68'5} \\ \underline{5} \phantom{0} \\ 1304 \overline{) 607'1} \\ \underline{4} \phantom{0} \\ 1308 \overline{) 8554'2} \\ \underline{6} \phantom{0} \\ 7026 \end{array}$$



Остатка примерышты кореньышты 4 десятичный знаком моаш керӓл годым, 4 грань лижӓ манын, ма  $\frac{3}{7}$  дробьым 8 десятичный знакан дробьыш сӓртенӓ.

Замечани. Пиш шуку числаан (известный точностьдон извлекаймы) квадратный кореньыштым сирӓман особый таблицывлӓ улы. Техень таблицым кыце пользуйаймыла, тӓдӓйжӓм таблицын предисловиштыжы келесӓмӓ.

### 118. Проста дробьын кореньым извлекайымаш.

Дробьын кок членжыге точный квадрат ылыт гӓнь веле (114 §), сокращаяш литӓмӓ дробьын точный квадратный кореньжым извлекайыш лиэш. Техень случайышты числительын да знаменательын кореньыштым пасна-пасна извлекайыш келеш, например:

$$\sqrt{\frac{9}{16}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{16}} = \frac{3}{4}.$$

Проста дробьын приближенный кореньжым десятичный точностьдон моаш тенге куштылгы. Пӓтӓри ти дробьым десятичный дробьышкы сӓрӓт, сӓрӓмӓ годымжы десятичный дробьышты запятой гӓц вара ылыш десятичный знак шот кӓчӓлмӓ кореньыштыш десятичный знак шот гӓц кок пай утла лижӓ. Например,

$\sqrt{2\frac{3}{7}}$ -н кореньжым 0,01 якте точностьдон моаш келеш, вес статья келесенжӓ запятой паштек кок знак лижӓ. Техень кореньым моаш манын,  $2\frac{3}{7}$  дробьым 4 десятичный знакан десятичный дробьыш сӓренӓ:  $2\frac{3}{7} = 2,4285 \dots$  да 2,4285-н приближенный кореньжым 0,01 точностьдон мона:

$$\begin{array}{r} \sqrt{2,4285} = 1,55 \\ 1 \\ 25 \overline{) 14'2} \\ 5 \overline{) 125} \\ 305 \overline{) 178'5} \\ 5 \overline{) 1525} \\ \hline 260 \end{array}$$

Ти извлекайымашым вес статьянат ӓштӓш лиэш. Тидӓм те- хень примердон анжыктенӓ:

$\sqrt{\frac{5}{24}}$ -н приближенныйжым моаш келеш.

Ти дробьын знаменательжым точный квадратым ӓштенӓ. Тидӓм ӓштӓш дробьын кок членжыге 24 знаменателеш умножаш веле келеш ылнежӓ, но ти примерышты вес статьянат ӓштӓш лиэш. 24-м проста множительвлӓэш разложенӓ:  $24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$ . Ти разложымаш гӓц тебе ма каеш: 24-м 2-еш да эче 3-еш умножы-

мык  
лаа  
  
12-с  
рӓш  
дро  
12-с  
точ  
Уп  
  
рен  
дро  
кел  
  
дро  
ный  
  
ма  
ман  
Вар  
лӓй  
  
8-

мыкы, произведеништы каждый простой множитель четный чис-  
лаан лиэш. Тенге гынь, знаменатель квадрат лиэш:

$$\sqrt{\frac{5}{24}} = \sqrt{\frac{5}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3}} = \sqrt{\frac{5 \cdot 2 \cdot 3}{2^4 \cdot 3^2}} = \frac{\sqrt{30}}{2^2 \cdot 3} = \frac{\sqrt{30}}{12}.$$

Ынде  $\sqrt{30}$ -м иктә-махань точностьдон моаш дә результатшым  
12-еш пайылаш келеш. Тенге ыштҗмҗ годым теке мам ашҗндә-  
рәш келеш: 12-еш пайылымы годым, точностьым анжыктышы  
дробьат изиэмеш.  $\sqrt{30}$ -м  $\frac{1}{10}$  точностьдон мона дә результатшым  
12-еш пайыленә гынь,  $\frac{5}{24}$  дробьын  $\frac{1}{120}$  ( лҗмҗнжок  $\frac{54}{120}$  дә  $\frac{55}{120}$  )  
точностян приближенный кореньжым плучаенә.

### Упражненивлә.

204.  $\sqrt{13}$  1 якте;  $\sqrt{13}$  0, 1 якте;  $\sqrt{13}$  0,001 якте.

205.  $\sqrt{101}$   $\frac{1}{100}$  "  $\sqrt{0,8}$  0,01 "

206.  $\sqrt{0,0081}$   $\frac{1}{100}$  "  $\sqrt{19,0969}$   $\frac{1}{100}$  "

207. Пытәри 1 якте, вара 0,1 якте, вара эче 0,01 якте 356-н квадратный ко-  
реньжым извлекаеш келеш.

208. Ти дробьвләм каждыйжым ситәлык десятичный знакан десятичный  
дробьышкы сарәш дә 0,01 якте точностьдон квадратный кореньштым моаш  
келеш:

$$\frac{3}{5}, \frac{3}{7}, \frac{7}{11}, \frac{5}{12}, \frac{7}{250}.$$

209. Ти дробьвләнҗмок квадратный кореньштым моаш келеш, ынде ти  
дробьвләм десятичныйышкы сарәш ак кел, нинҗн знаменательштым веле точ-  
ный квадратым ыштәш келеш.

210. Кореньвләм моаш келеш:

$$\sqrt{0,3}, \sqrt{5,7} \left( \text{коктыге } \frac{1}{10} \text{ якте} \right);$$

$$\sqrt{2,313}, \sqrt{0,00264} \left( \text{коктыге } \frac{1}{100} \text{ якте} \right).$$

### Исторический сведенивлә.

Кореньым извлекаймаш действом анжыктышы  $\sqrt{\quad}$  знакым Рудольф  
математик 1525 ин сирәш тынгалын. Тышеп перви, ти знак вәреш "корень"  
манмы цела шамакым сирәт ылын (корень шамакшы латынвләлә *radix* лиэш).  
Варажы ти шамакым кытҗкемденәт дә пытәриш букважым веле сирәш тынга-  
лҗнәт. Ти буква изин-олен  $\sqrt{\quad}$  знакыш сарнәлтҗн.

## КВАДРАТНЫЙ УРАВНЕНИ.

**119. Задача.** Моторный пыш рекә мычкы 28 км вален дә тѳнәмок мѳнгеш кузен. Валаш дә кузаш пышлан 7 цәш керәл лин. Рекәштѳш вѳд цәшѳштѳ 3 км йога. Шѳнзѳшѳ вѳдѳштѳ пышыи кемѳ скоростышым пәлѳдә.

Шѳнзѳшѳ вѳдѳштѳ ик цәшѳштѳ пыш кемѳ скорость  $x$  км ылеш манына. Тѳнәм вѳд йогымы семѳнь пыш ик цәшѳштѳ  $(x + 3)$  км кен, вѳд йогымы ваштареш ик цәшѳштѳ  $(x - 3)$  км кен. Тенге гѳнь, пыш вѳд йогымы семѳнь 28 километрым  $\frac{28}{x+3}$  цәш вален, вѳд йогымы ваштареш  $\frac{28}{x-3}$  цәш кузен.

Задачын условижы статян сирѳмѳкѳ, техень уравнени лиэш:

$$\frac{28}{x+3} + \frac{28}{x-3} = 7.$$

Ти дробьвлән знаменательштым карангденәәт, тинәрѳм плучаенә:

$$28(x-3) + 28(x+3) = 7(x+3)(x-3),$$

$$\text{әль } 28x - 84 + 28x + 84 = 7(x^2 - 9),$$

$$\text{әль } 56x = 7x^2 - 63.$$

Плучаймы уравнеништына второй степеняи неизвестный член улы, тишец кого степеняи неизвестный член уке. Техень уравненим *второй степеняи уравнени, әль квадратный уравнени* маныт.

Неизвестный вәреш числам нәлмѳкѳ теве мам пәләш лиэш: ти уравненин кореньвләжѳ 9 дә  $-1$  ылыт. Ти кок кореньшты ти пѳтәриш кореньжы веле задачын ответшы лин кердеш.

Квадратный уравненим решәш общий формулым мона.

**120. Квадратный уравненин нормальный видшѳ.**

Квадратный уравненишты (тишец угла степеняи уравнеништәт), уравненим простаэмдѳмѳ паштек, цилә членжым шалахай велнѳш частыш ваштат, вургымла велнѳш частыштыжы нуль лиэш. Решәш составляймы уравнеништыш членвләм шалахай векѳ ваштымыкы, техень уравнени плучаялтеш:

$$56x - 7x^2 + 63 = 0,$$

аль  $x$  букван степеньжы изиэм мимы семынь сирымыкы, ти уравнени техень лиэш:

$$-7x^2 + 56x + 63 = 0.$$

—7, +56 да +63 числавлам квадратный уравненин *коэффициентвлажы* маныт. Тиштты +63-м *свободный* член маныт, —7 дон +56-м *пйтэриш* дон *кокшы* коэффициент маныт (уравненин членвлажы  $x$  букван степеньвлажы изиэм мимы семынь сирымы ылыт манына). Ти числавла положительныят, отрицательныят да нулят лин кердыт (пйтэриш коэффициент веле нуль лин ак керд, нуль лиэш гынь, уравнени квадратный ак ли). Кым коэффициентышты иктэжэат нуль ак ли гынь, тыхень уравненим *полный* маныт. Полный уравненин общий видшы (*нормальный видшы*) техень ылеш:

$$ax^2 + bx + c = 0.$$

Тиштты ма пйтэриш  $a$  коэффициентым керек кынамат положительным бштен кердына. Тынэм цила член анзылныш знаквлэм противоположный знаквлэдон вашталташ келеш (вес статья келесенжы, уравненин кок частьшыге —1-еш умножаш келеш). Тенге, кышны сирымы уравненим ма тенге сирен кердына:

$$7x^2 - 56x - 63 = 0.$$

## 121. Неполный квадратный уравненивлэм решымаш.

Квадратный уравненишты первый степеня  $x$  член уке гынь, аль свободный член уке гынь, тыхень квадратный уравненим *неполный* маныт. Тидым вес шамаквлэдон келесымыкы тенге лиэш: кокшы коэффициентшы  $b$  нуль ылеш гынь, аль свободный  $c$  член нуль ылеш гынь. Пйтэриш сучайштыжы уравненин видшы техень лиэш:  $ax^2 + c = 0$ , кокшы случайштыжы  $ax^2 + bx = 0$  (иканашток  $b = 0$  да  $c = 0$  лин кердеш, тынэм уравненин видшы  $ax^2 = 0$  лиэш). Неполный уравненивлэм решымашым бнде анжалына.

1.  $ax^2 + c = 0$  видан *неполный квадратный уравнени*. Кым примерым нэлбн анженя:

а)  $3x^2 - 27 = 0$ . Свободный членжым вургымла векы ваштымыкы  $3x^2 = 27$  плучаена, тенге гынь,  $x^2 = 9$ . Значит, тиштты 9-н квадратный кореньжы  $x$  ылеш, вес статьяжы, +3 аль —3 ылеш. Арифметический кореньын значенижым  $\sqrt{\quad}$  знакдон сирен анжыктена гынь, тидым тенге сирен кердына:  $x = \pm\sqrt{9} = \pm 3$ . Тенгелэ гынь, ти уравнени 2 решениян ылеш. Ик решенижым  $x_1$ , весбыжым  $x_2$  сирен анжыктена гынь, ти решенивлэм тенге сирен кердына:

$$x_1 = +\sqrt{9} = +3, \quad x_2 = -\sqrt{9} = -3.$$

б)  $2x^2 - 0,15 = 0$ . Свободный членым ваштеняат, тинэрым плучаена:

$$2x^2 = 0,15 \quad \text{да} \quad x^2 = 0,075.$$

Значит:

$$x = \pm\sqrt{0,075}.$$

$\sqrt{0,075}$ -м  $\frac{1}{100}$  якте точностьдон мона (§ 117):

$$\begin{array}{r} \sqrt{0,0750} = 0,27 \\ 4 \\ 47 \overline{) 35'0} \\ \underline{7 \quad 32'9} \\ 21 \end{array}$$

Тенге гынь,  $x_1 = 0,27 \dots$ ,  $x_2 = -0,27 \dots$

в)  $2x^2 + 50 = 0$ . 50-м вургымла частыш ваштымкы, тинярйм плучаенä:

$$2x^2 = -50; x^2 = -\frac{50}{2} = -25; x = \pm \sqrt{-25}.$$

Отрицательный числан квадратный кореньжым извлекаеш акли, седьндон пумы уравненин (вещественный) решенижы уке.

Тенге гынь,  $ax^2 + c = 0$  видан неполный квадратный уравнени вообщежй тенге решалтеш:

$$ax^2 = -c; x^2 = -\frac{c}{a}; x = \pm \sqrt{-\frac{c}{a}}.$$

$-\frac{c}{a}$  выражени положительный числа ылмы годым ( $a$  дон  $c$  числа разный знакан ылмы годым ма лиэш), ти числан квадратный кореньжым (точно аль приближенно) извлекаеш лиэш, тьинäm  $x$ -лән икань абсолютный величинаан кок значеним плучаенä. Ик значенижы положительный лиэш, весйжй отрицательный.  $-\frac{c}{a}$  выражени отрицательный числа ылмы годым ( $c$  дон  $a$  числа икань ылмы годым, ма лиэш), уравненин вещественный кореньвлäжй ак лиэш.

2.  $ax^2 + bx = 0$  видан квадратный уравнени.  $2x^2 - 7x = 0$  уравненим нälьнä. Ти уравненин шалахай вел частыштыш  $x$ -м скобка öрдьш лыктына:

$$x(2x - 7) = 0.$$

Бнде уравненин шалахай велнйш частышы произведени лин, вургымла велнйш частышы нуль лин. Умножымы годым иктä сомножитель нуль лиэш гынь веле, произведени нуль лиэш; седьндон пйтäриш сомножитель  $x$  аль кокшы сомножитель  $2x - 7$  нуль лиэш гынь веле ( $x = \frac{7}{2}$  ылмы годым), уравнениэшнä нинй ярал лит. Значит, пумы уравнени кок решениän ылеш:

$$x_1 = 0, x_2 = \frac{7}{2} = 3 \frac{1}{2}.$$

Тенге гынь,  $ax^2 + bx = 0$  видән неполный квадратный уравнени вообщежы тенге решалтеш:

$$ax^2 + bx = 0; \quad x(ax + b) = 0;$$

$$x_1 = 0; \quad ax_2 + b = 0; \quad x_2 = -\frac{b}{a}.$$

3.  $ax^2 = 0$  видән неполный квадратный уравнени. Очевидно,  $x = 0$  корень веле техень уравнениән ылеш.

### Упражненивлә.

211.  $3x^2 - 147 = 0$ ;  $\frac{1}{3}x^2 - 3 = 0$ ;  $x^2 + 25 = 0$ .

212.  $\frac{3(x^2 - 11)}{5} - \frac{2(x^2 - 60)}{7} = 36$ ;  $\frac{4}{x-3} - \frac{4}{x+3} = \frac{1}{3}$ .

213.  $2x^2 - 7x = 0$ ;  $\frac{3}{7}x^2 + x = 0$ ;  $0,2x^2 - \frac{3}{4}x = 0$ .

214.  $x^2 = x$ ;  $x^2 - 16x = 0$ ;  $7x^2 = 0$ ;  $0,7x^2 = 0$ .

215.  $(x-2)(x-5) = 0$ ;  $x(x+4) = 0$ ;  $3(y-2)(y+3) = 0$ .

**122. Полный квадратный уравненивләм решымы примервлә.** Пытәриш примереш 119 §-штыш задачлан пумы уравненим нәлбә:

$$7x^2 - 56x - 63 = 0.$$

Ти уравненин цилә членжым 7-еш пайыленә дә свободный членжым вургымла векы ваштенә:

$$x^2 - 8x = 9.$$

Бінде мә тенге ядына: полный квадратим анжыктышы трехчлен лижы манын, ти  $x^2 - 8x$  двучленыш кымшы членым приваяш акли вәл, манына. Ти двучленым тиштә анжыктымла сиренә гынь, ти ядмашеш куштылгын отвечаен кердбә:

$$x^2 - 2x \cdot 4.$$

Бінде пәлы: двучленышкы 4<sup>2</sup>-м приваенә гынь, трехчлен плучаялтеш:

$$x^2 - 2x \cdot 4 + 4^2.$$

Ти трехчлен  $x - 4$  разностьын квадратшылан равный ылеш. Уравненин шалахай велнбш частьшкыжы мә 4<sup>2</sup>-м (аль 16-м) приваенә гынь, вругымла велнбш частьшкыжат ти числамок приваяш келеш. Тидым бштбмыкы, тинәры плучаялтеш:

$$x^2 - 8x + 16 = 9 + 16, \text{ вес статянжы } (x - 4)^2 = 25.$$

Тенге гынь,  $x - 4$  разностьын квадратшы 25-ән числа лиеш. Значит, ти разность 25-н квадратный кореньжылан равный ылеш, вес статян келесенжы 5-лән аль  $-5$ -лән:

$$x - 4 = +\sqrt{25} = +5, \quad \text{аль } x - 4 = -\sqrt{25} = -5.$$

Бінде — 4 членым вургымла велнӱш частьш ваштенӱт, кок решеним мона:

$$x_1 = 4 + 5 = 9 \quad \text{дӱ} \quad x_2 = 4 - 5 = -1.$$

Пумы уравненилӱн ти кок решениге ярал ылыт (проверяен пӱлӱш лиӱш), но уравнением составляймы задачлан отрицательный решени — 1 ак яры; ти задачишты направлением агыл, скоростыын абсолютный величинажым кӱчӱлмӱлӱ.

Кокшы примерлӱн техень уравнением нӱлбӱнӱ:

$$3x^2 + 15x - 7 = 0.$$

Цилӱ членым 3-еш пайыленӱ дӱ свободный членым вургымла велнӱш частьш ваштенӱ:

$$x^2 + 5x = \frac{7}{3}.$$

Двучленышкы кымшы членым  $\left(\frac{5}{2}\right)^2$ -м приваенӱ гӱнь,  $x^2 + 5x$  двучленным суммыв квадратшым бӱштен кердбӱнӱ. Ти членым уравненин кок частьшкыжат приваенӱ дӱ тинӱрӱм плучаенӱ:

$$x^2 + 5x + \left(\frac{5}{2}\right)^2 = \left(\frac{5}{2}\right)^2 + \frac{7}{3},$$

$$\left(x + \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{25}{4} + \frac{7}{3} = \frac{75 + 28}{12} = \frac{103}{12}.$$

Тишец пӱлбӱ:  $x + \frac{5}{2} = \pm \sqrt{\frac{103}{12}}$ ; тенге гӱнь:

$$x_1 = -\frac{5}{2} + \sqrt{\frac{103}{12}}; \quad x_2 = -\frac{5}{2} - \sqrt{\frac{103}{12}}.$$

$\frac{103}{12}$ -м, например,  $\frac{1}{10}$  якте точностьдон шотаен анженӱ:

$$\sqrt{\frac{103}{12}} = \sqrt{8,58...} = 2,9...$$

Тенге гӱнь:

$$x_1 = -2,5 + 2,9... = 0,4..., \quad x_2 = -2,5 - 2,9... = -5,4...$$

### 123. Приведенный квадратный уравненин формула.

Квадратный уравненин пӱтӱриш коэффициентшы  $\neq 1$  гӱнь, тӱхень квадратный уравненим приведенный уравнени маныт. Уравненин пӱтӱриш коэффициентшы 1 агыл гӱнӱт, уравненим техень видӱнбӱм бӱштӱш лиӱш; уравненин цилӱ членжым веле ти коэффициентеш пайылаш келеш. Приведенный уравненин обций видшӱ тенге сирӱлтеш:

$$x^2 + px + q = 0.$$

Ти буквенный уравнением решимаштат, анылмыш примервләштә анжыктым преобразованивләм йштенә дә ижәи решенә.

Свободный членым вургымла велинш частьшыкы ваштенә:

$$x^2 + px = -q.$$

$px = 2x \cdot \frac{p}{2}$  ылеш, седьндон шалахай велинш частьшыкы полный квадратым плучаяш маным, уравнением кок частьшыкыжат  $\left(\frac{p}{2}\right)^2$  ряды приваенә:

$$x^2 + px + \left(\frac{p}{2}\right)^2 = -q + \left(\frac{p}{2}\right)^2.$$

Уравнением йнде тенге сирен анжыкташ лиэш:

$$\left(x + \frac{p}{2}\right)^2 = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q.$$

тишец йнде мона:

$$x + \frac{p}{2} = \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} \quad \text{дә} \quad x = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}.$$

Ти формулым тенге келесәш лиэш:

**Приведенный квадратный уравнением кореньжы тинәрәи лиэш:** противоположный знакдон нәлмәи кокшы коэффициентым неләижәи плюс-минус ти неләи квадратшыкы гыц свободный членым лыкмыкы кодшым квадратный кореньжы лиэш.

Ти формулым буквәвләдон сирәимжымәт дә шамаквләдон сирәимжымәт әшәндәрәш келеш.

Примервлә:

1.  $x^2 - x - 6 = 0$ . Ти уравнением, буквәдон сирәимәи  $x^2 + px + q = 0$  уравнении гань лижәи маным, тенге сиренә:

$$x^2 + (-1)x + (-6) = 0.$$

Йнде пәләи: ти примерышты  $p = -1$  дә  $d = -6$ ; седьндон:

$$x = \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} + 6} = \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{25}{4}} = \frac{1}{2} \pm \frac{5}{2};$$

$$x_1 = \frac{1}{2} + \frac{5}{2} = 3; \quad x_2 = \frac{1}{2} - \frac{5}{2} = -2.$$

Проверка:  $3^2 - 3 - 6 = 0$ ;  $(-2)^2 - (-2) - 6 = 0$ .

2.  $x^2 - 18x + 81 = 0$ ; тиштәи  $p = -18$ ,  $d = 81$ ; седьндон:

$$x = 9 \pm \sqrt{81 - 81} = 9 \pm 0 = 9.$$

Уравнением кореньжы иктәи веле.

3.  $x^2 - 2x + 5 = 0$ ;  $x = 1 \pm \sqrt{1 - 5} = 1 \pm \sqrt{-4}$ . Ти кореньвлә мнимый ылыт.



**Упражнения влѣ.**

216.  $x^2 + 10x + 5 = 2x^2 - 6x + 53.$

217.  $x^2 + 6x = 27.$       218.  $x^2 - 5\frac{3}{4}x = 18.$

219.  $12x - \frac{6}{x} = 21.$       220.  $\frac{x}{7} + \frac{21}{x+5} = 6\frac{5}{7}.$

221.  $x + 2 = \frac{9}{x+2}.$       222.  $\frac{x-5}{4} - \frac{4}{5-x} = \frac{3x-1}{4}.$

223.  $x + \frac{1}{x-3} = 5.$       224.  $\frac{2x}{x-d} = \frac{x-d}{d}.$

225.  $t$ -н махань значенижы годым  $2t - 5$  дон  $t - 4$ -н произведеништы  $t + 8$  суммылан равный лиэш?

226.  $abx^2 - (a^2 + b^2)x + ab = 0.$

**124. Квадратный уравнение кореньвлѣжын общий формула.**  $ax^2 + bx + c = 0$  уравнение членвлѣжым  $a$ -эш пайылымыкы, тидѣ приведенный уравнение лиэш:

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0.$$

Ти уравнением приведенный уравнение формулыдон решѣмькѣ, мона:

$$x = -\frac{b}{2a} \pm \sqrt{\left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{c}{a}}.$$

Ти выражением тенге простаэмдѣш лиэш:

$$\begin{aligned} x &= -\frac{b}{2a} \pm \sqrt{\frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a}} = -\frac{b}{2a} \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}} = \\ &= -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}. \end{aligned}$$

Ти простаэмдѣмь формулам ашындѣрѣш керѣл ылеш; тидѣм тенге келесѣш лиэш:

Полный квадратный уравнение формулыжы техень дробь лиэш: ти дробьын числительжы противоположный знакдон нѣлмь кокшы коэффициент плюс-минус ти квадратын коэффициентшы гыц первый коэффициент дон свободный членын учетверенный произведением лыкмыкы кодшын квадратный кореньжы лиэш, а знаменательжы удвоенный пѣйтѣриш коэффициент лиэш.

Ти формулам *общий* формула манаш лиэш. Тидѣ приведенный уравнение лѣнѣт яра ( $a=1$  годым) дѣ неполный квадратный уравнение лѣнѣт яра ( $b=0$  аль  $c=0$  годым).

125.  $b$  коэффициент четный числа ылмы годым, общий формулым простаэмдѣмаш.  $b$  четный числа ылмы годым, общий формулым простаэмдѣт. Например,  $b = 2k$  гынь, мона:

$$x = \frac{-2k \pm \sqrt{4k^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-2k \pm \sqrt{4(k^2 - ac)}}{2a} \\ = \frac{-2k \pm 2\sqrt{k^2 - ac}}{2a} = \frac{-k \pm \sqrt{k^2 - ac}}{a}$$

Ти формулышты 4 дѣ 2 цифровой множительвлѣ уке, седѣндон тидѣ общий формула гыц айырла.

126. Квадратный уравненин корень шотшы. Мѣ гынде ужна, квадратный уравненин кореньжы кынамжы кокты, кынамжы иктѣ, кынамжы иктѣт ак ли (мнимый корень лимѣ годым). Тенге гынят, квадратный уравненивлѣэш цилѣ случайшток кок кореньым сирѣш согласенѣт, техень годым южнамжы кореньвлѣ равныйвлѣ, южнамжы мнимыйвлѣ лин кердѣт. Техень соглашаймашын причиныжы теве маханьы ылеш: мнимый кореньвлѣм анжыктышы формулывлѣн свойствывлѣштѣ вещественный кореньвлѣн ганюк. Мнимый числавлѣдон действивлѣм бѣштѣмѣ годым, вещественный числавлѣлан лыкмы правило семѣнь бѣштѣш келеш дѣ  $(\sqrt{-a})^2 = -a$  нѣлѣш келеш. Уравненин кореньжы иктѣ веле ылмы годымат, уравненим кок икань коренянеш шотаят.

Упражненивлѣ.

227.  $2x^2 - 3x - 5 = 0$ .

228.  $(2x - 3)^2 = 8x$ .

229.  $5x^2 - 8x + 0,24 = 0$ .

230.  $65x^2 + 118x - 55 = 0$ .

231.  $(x - 3)(x - 4) = 12$ .

232.  $\frac{x}{x + 60} = \frac{7}{3x - 5}$ , 233.  $x + \frac{1}{x} = x + \frac{1}{a}$ .

234. Кым последовательный четный числам моаш келеш. Ти числавлѣн квадратыштын сумма 776 лижѣ.

235. Прямоугольникин площадьшы 48 кв. см, периметржы 28 см. Велвлѣжѣм моаш келеш.

236. Прямоугольный треугольникин велвлѣжѣм моаш келеш. Ти велвлѣм последовательный цела числавлѣдон сирен анжыктымы.

237. Многоугольникин велвлѣжѣ  $n$  гынь, диагональ шотшы  $\frac{1}{2} n(n - 3)$  лиэш. Многоугольникин цилѣ диагональжы 54 лиэш гынь, велвлѣжѣ маняры лит?

238. Аэроплан прямой линидон 450 км ченгештен кен дѣ тѣнѣмок мынгеш толын. Мѣнгеш-анеш цилѣжѣ  $5\frac{1}{2}$  цѣш каштын. Кемѣжѣ годым мардеж вашта-

реш чонгештен, толмыжы годым мардеж семѣнь чонгештен. Мардеж уке годым аэроплан ик цѣшѣштѣ 165 км чонгештѣ. Ти мардежѣн скоростышым пѣлѣш келеш.

239. 60 тѣнгѣэш савыцвлѣм нѣлѣнѣт. Тѣнѣр оксадонок кым савыцым утларак нѣлѣнѣт ылгѣѣ, ик савыц цена 1 тѣнгѣ шулдырак лиэш ылын. Маняр савыцым нѣлѣнѣт?

240. Школышты первый классыштыш учениквлѣлан 240 листѣ пумагам шѣлѣтѣмѣ. Каждый учениклѣн икнѣр листѣ пумагам пумы. Второй классыштыш учениквлѣланѣт шѣлѣлан икнѣрын, тѣнѣр листѣ пумагамок шѣлѣтѣмѣ. Ти классыштыш каждый ученик, первый классыштыш каждый ученикын гыц, кок листѣ рядѣ угла плучаен. Второй классыштыш первый классыштыш гыц 10 ученик чѣдѣ ылын. Первый классыштыш каждый ученик маняр листѣ рядѣ плучаенѣт?

УПРАЖНЕНИИ ВЛАН ОТВЕТВЛАН.

1.  $4a; a^2$ . 2.  $6m^2; m^3$ . 3.  $x(x-d)$ . 4.  $10x+y$ . 5.  $100a+10b+c$ .  
 6.  $\frac{ma+nb}{a+b}$ . 7.  $x^2+y^2; (x+y)^2; x^2y^2; (xy)^2; (a+b)(a-b); \frac{m+n}{m-n}$ , аль  
 $(m+n):(m-n)$ . 8. 84; 44; 552; 336;  $9\frac{1}{3}$ ;  $5\frac{3}{5}$ . 9.  $3(x+y)(x-y)$ .  
 10.  $3a+2b; 13+12=25$ . 11.  $5+ab-4a; a+2x$ . 12.  $n; 5a^3b^2x^3$ . 13.  $6xyz; 2ax$ .  
 14.  $5x+15; 7x+7y+7z$ . 15.  $\frac{a}{2}+2b-c; 5a^2b$ . 16.  $8x-2y; 4ax$ . 17.  $\frac{a}{b}; 3x$ .  
 18.  $+10; -10; +3$ . 19.  $-3; +8; -2$ . 20.  $0; -3; +1$ . 21.  $-1; -2; +2$ ,  
 22.  $+2$ . 23.  $0$ . 24.  $b-a; -5$  (убыток). 25.  $m-n; -10$  (долг). 26.  $14; 10$ ;  
 18; 2. 27.  $a+b; m+n; 5x$ . 28. 12. 29.  $-1\frac{3}{4}$ . 30.  $+5$ . 31.  $10+(-2)+$   
 $+(-3)+7$ . 32.  $10-(-8)$ . 33.  $+6; -14; +80$ . 34.  $-23\frac{3}{8}; 0,054$ . 35.  $+1$ ;  
 $-1; +1; -1$ . 36. 27. 37.  $-27$ . 38.  $0; 0; 0; 0$ . 39.  $3\frac{1}{16}$ . 40.  $+5; -5$ ;  
 $-5; +5$ . 41.  $-a; -5; x^2$ . 42.  $0; 0; 0; 0$ . 43, 44, 45 ответ ак кел.  
 46.  $10a^3x^3; -10a^2bx^2; -\frac{3}{8}a^2bx^2; -20m^2x^2y^3$ . 47.  $a+a; ax+ax+ax; a^2b+$   
 $+a^2b+a^2b+a^2b; (a+1)+(a+1)+(a+1)+(a+1)$ . 48.  $90; \frac{13}{15}; 2\frac{25}{48}$ ;  
 $-28; -936$ . 49.  $0; 31; -4$ . 50.  $+1$  да  $-1$ . 51.  $a^3x^2+4\frac{1}{2}a^2x^3$ .  
 52.  $2x-16,3xy$ . 53.  $a+3\frac{1}{2}mxy^2$ . 54.  $a-3\frac{1}{2}mxy^2$ . 55.  $4a^3-3a^2b-13ab^2$ .  
 56.  $x^5-7a^2x^3$ . 57.  $2z$ . 58.  $4x^3+x^2+3x+1$ . 59.  $8a^3-11a^2b+14ab^2-3b^3$ .  
 60.  $p^2+p+15$ . 61.  $4x^2+3y^3-y-1$ . 62.  $\frac{1}{4}x^2-x+\frac{4}{5}$ . 63.  $4a^2+4b^2-c^2$ .  
 64.  $x+y; 2m-2n$ . 65.  $b-2c$ . 66.  $4x^2$ . 67.  $a-(b+c-d); a-b+(-c+d)$ ;  
 $a-(b+c)+d$ . 68.  $15a^3b^7c; \frac{5}{8}a^2x^6$ . 69.  $0,81a^2b^2x^3; a^6b^8c^3$ . 70.  $\frac{9}{49}m^2x^4y^6$ ;  
 $8a^9b^3x^6$ . 71.  $0,01x^{2m}y^6; \frac{1}{8}m^6n^3y^9$ . 72.  $6a^3b-4ab^4+2abc$ . 73.  $25a^3b-20a^4b^3+$   
 $+15a^5b^3-35a^6b^4$ . 74.  $am+bm-cm-an-bn+cn; 6a^2-3ab+2ab^2-b^3$ .  
 75.  $2a^2-\frac{1}{2}b^2; x^3-y^2$ . 76.  $x^3+y^3$ . 77.  $6x^2+5xy-6y^2; y^4-1$ .  
 78.  $x^6+1008x+720$ . 79.  $x^9-x^5-x^4+2x^3-x^2-x+1$ . 80.  $x^6-a^6$ .  
 81.  $a^2+2a+1; 1+4a+4a^2; x^3+x+\frac{1}{4}$ . 82.  $9a^4+6a^2+1; 0,01m^2x^2+mx^3+25x^4$ .  
 83.  $25a^2-20a+4; 9x^2-12ax+4a^2; 9a^4-3a^2+\frac{1}{4}$ . 84.  $101^3=(100+1)^3=$   
 $=100^3+2\cdot 100\cdot 1+1^3=10\ 201; 997^3=(1000-3)^3=\dots=994\ 009$  да пақылат.  
 85.  $4m^2-12mn+9n^2; 9a^4x^2-24a^3xv+16a^2y^2; 0,04x^6-0,15x^3+\frac{9}{64}$

86.  $\frac{1}{4}x^4 - 3\frac{1}{2}x^3 + \frac{49}{4}x^2; 0,0625p^2 - 0,1pq + 0,04q^2$ . 87.  $a^2 - 1; 4a^2 - 25$ ; 88.  $4x^2 - 9; 1 - a^4$ .

89.  $(x^2+1)(x^2-1) = x^4 - 1; (4x^2+y^2)(4x^2-y^2) = 16x^4 - y^4$ . 90.  $[(m+n)-p][(m+n)+p] = (m+n)^2 - p^2; a^2 - (b+c)^2 = a^2 - b^2 - 2bc - c^2$ . 91.  $a^3 + 3a^2 + 3a + 1; a^3 - 3a^2 + 3a - 1; 8x^3 + 36x^2 + 54x + 27; 125 + 225x + 135x^2 + 27x^3$ .

92.  $\frac{1}{8}m^3 - \frac{3}{2}m^2 + 6m - 8; \frac{72}{64}p^3 + \frac{9}{16}p^2q + \frac{1}{4}pq^2 + \frac{1}{27}q^3; 125 - 225x + 135x^2 -$

$-27x^3$ . 93.  $2a^2xy; -\frac{3}{5}x^2$ . 94.  $-\frac{6}{5}a^3; 3a^m - 1b^2$ . 95.  $\frac{16}{3}a + 8b - 16a^2b^4$ . 96.  $9x^3 - 6ax + a^2$ .

97.  $1 - 2y + y^2 - y^3$ . 98.  $x - 4; y + 1$ . 99.  $3x^2 - 2$ . 100.  $3ax^3$ . 101.  $x - a$ .

102.  $2(a+x); a(x+y); 2y(2y-3x)$ . 103.  $2a(2x-y); 3xy(2x+3y)$ . 104.  $3ab(4a-3ab+2b^2); xy(y-7+4x)$ . 105.  $(m+n)(m-n); (a+1)(a-1); (1+a)(1-a)$ . 106.  $(x+2); (x-2); (m+3)(m-3); (2x+y)(2x-y)$ .

107.  $(\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}y^3)(\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{3}y^3); (0,1a^3+3)(0,1a^3-3); 3a(a^2+4b^4)(a+2b^2)(a-2b^2)$ .

108.  $(x-y+a)(x-y-a); [3(a+2b)+1][3(a+2b)-1]; (a+b+c)(a-b-c)$ . 109.  $(x+y+x-y)(x+y-x+y) = 2x \cdot 2y = 4xy; 4(x-y)(3x+y)$ . 110.  $(x-y)^2; (m+n)^2$ .

111.  $(a+b)^2; (a-2b)^2$ . 112.  $(x+4)^2; (x+1)^2$ . 113.  $5a(a-2b)^2$ . 114.  $(a+b)^2 - c^2 = (a+b+c)(a+b-c); a^2 - (b^2+2bc+c^2) = a^2 - (b+c)^2 = (a+b+c)(a-b-c)$ .

115.  $(a+b)x + (a+b)y = (a+b)(x+y); a(c-d) + b(d-c) = a(c-d) - b(c-d) = (c-d)(a-b)$ . 116.  $a(a+b) - (a+b) = (a+b)(a-1); xz + xy - 3y - 3z = x(y+z) - 3(y+z) = (y+z)(x-3)$ . 117.  $4mn - 2nx + xy - 2my = 2n(2m-x) + y(x-2m) = 2n(2m-x) - y(2m-x) = (2m-x)(2n-y)$ ;

$(2a-3)(2a-3)(2a+3)$ . 118.  $\frac{5x}{7y}; \frac{3ab}{10m}; \frac{8a^2}{11b}; \frac{25m}{59n}$ . 119.  $\frac{9ab}{10x^2}; \frac{14a^3}{15b}$ ;

$\frac{12x-1}{4a-4b}$ . 120.  $\frac{17(a+b)}{34} = \frac{a+b}{2}; \frac{6-a}{2(9a-7)}$ . 121.  $\frac{ax^2+x}{x^2-x}$ ;

122.  $\frac{x-1}{x}; \frac{3a^2}{b-a}; \frac{a-1}{b-2}$ . 123.  $\frac{a^2+b^2-2ab}{a-b}; \frac{m^3-1}{m-1}$ . 124.  $\frac{3a}{6}; \frac{5x^2}{3}$ ;

$\frac{a-1}{a}; \frac{b}{x-2}; \frac{m-n}{m-n^2}$ . 125.  $\frac{1}{x}; \frac{2}{3m}; \frac{2a}{3b}; \frac{3xy}{8}$ . 126.  $\frac{3b}{2x}; \frac{ac}{4b}; \frac{16axy^3}{15}$ ;

127.  $\frac{b}{a+b}; \frac{3y}{x-y}; \frac{a+2}{a-2}$ . 128.  $\frac{a+1}{a-1}; \frac{1}{x+3}; \frac{a-1}{a}$ . 129.  $\frac{2x(x+1)}{a+x}; \frac{5a}{a-x}$ ;

$\frac{3b-cx}{x^2}; \frac{16}{4x}; \frac{4bc}{2a^2bx}$ . 130.  $(a+b)(a-b); \frac{1}{y^2-1}$ . 131.  $\frac{18}{6a}; \frac{4a}{6a}; \frac{4x^2}{12xy}; \frac{3y^2}{12xy}$ ;

$\frac{4x}{9a^3b^2c}; \frac{2abc}{2a^2bx}$ . 132.  $\frac{2abc}{y}; \frac{60a^2b^2x}{15x^3}; \frac{60a^2b^2x}{120abx^4}; \frac{60a^2b^2x}{8a^3b}$ . 133.  $\frac{12a^2bcmx^2y}{3(x+y)^2}$ ;

$\frac{12a^2bcmx^2y}{2(x-y)^2}; \frac{8a^3b^2}{m-1}; \frac{8a^3b^2}{2}$ . 134.  $\frac{40abx^3}{3(m+1)}; \frac{40abx^2}{2}; \frac{40abx^2}{3a(x-1)}$ . 135.  $\frac{6(x^2-y^2)}{2x-1}$ ;

$\frac{6(x^2-y^2)}{2(x-1)}; \frac{m^2-1}{1}; \frac{m^2-1}{m^2-1}$ . 136.  $\frac{3x}{(x-1)^2}; \frac{4aby}{(x-1)^2}; \frac{(x-1)(2x-1)}{(a-b)(a^2-b^2)}$ ;

$\frac{(x-1)(2x-1)}{2ab(a+b)}; \frac{(x-1)(2x-1)}{b}$ . 137.  $\frac{84a^3b^2}{6bc+3ac+2ab}; \frac{84a^3b^2}{6+5x}; \frac{b(a^2-b^2)}{2a-2x-5}$ ;

$\frac{b(a^2-b^2)}{x^2-5x+2}; \frac{b(a^2-b^2)}{b}$ . 138.  $\frac{6abc}{5x-6}; \frac{3x^2}{5-2x}; \frac{4}{1-4x^2}$ ;

139.  $\frac{x^2}{2}$ . 140.  $\frac{1+x}{2}; \frac{5x-6}{3}$ . 141.  $\frac{1}{1-4x^2}$ ;

142.  $\frac{2a^2b-ab-2b^2-a^2}{a(a+b)(a-b)}$ . 143.  $\frac{m^2}{(m+n)(n-1)}$ . 144.  $\frac{6b}{7x^2}; \frac{1}{5(1+a)x}$ ;

145.  $\frac{12p^2q^2x^2y^2}{n^4a^3}; 2a(x-1)$ . 146.  $\frac{a(a+2b)}{b^2}$ . 147.  $\frac{9b^2c^2x^2}{16a^2z^2}; \frac{3a^3}{5mp}$ ;

15.  $2a^2x^2y$ . 148.  $\frac{1}{5(a-b)}; \frac{x+y}{x-y}$ . 149. 3-шы, 4-шы да 6-шы равенство уравне-

нивляылыт, молжы — тождествовлä. 150. 17; 5; 5. 151. 27; 9; 12. 152. 3; 2;  $\frac{13}{20}$ .  
 153. 2,7; 50. 154. 9; -3; -4; 155. 1;  $5\frac{3}{7}$ . 156.  $2\frac{6}{11}$ . 157.  $7\frac{1}{13}$ . 158. 2.  
 159.  $-17\frac{25}{27}$ . 160. 1348 дä 1200. 161. 20, 30, 50. 162.  $2\frac{1}{2}$ . 163. 12,8 кг  
 дä 19,2 кг. 164. 15 км дä 18 км. 165. 0. 166.  $\frac{c}{2(a-b)}$ . 167.  $\frac{4-4a}{b-3}$ .  
 168.  $h = \frac{2q}{b_1 + b_2}$ . 169.  $x=2, y=1; x=1, y=-2; x=-3, y=-3$ .  
 170.  $x = -\frac{1}{2}, y=1; x=5, y=1; x=7, y=2$ . 171.  $x = \frac{35}{13}, y = -\frac{23}{13}$ .  
 172.  $x = \frac{c}{a+bm}, y = \frac{mc}{a+bm}; x = \frac{a+bm}{mn-1}, y = \frac{an+b}{mn-1}$ . 173.  $a=3, b=-5$ .  
 174. 1 тãнгä дä 10 копек дä 40 копек. 175. 40 дä 25. 176. 200; 11 км.  
 177.  $1\frac{2}{3}$  м,  $13\frac{1}{3}$  м дä  $9\frac{2}{3}$  м,  $9\frac{1}{3}$  м. 178.  $x=2, y=3, z=5$ , 179.  $x=3\frac{1}{2},$   
 $y=2\frac{1}{4}, z=4$ . 180.  $x=4, y=0, z=5$ . 181.  $x=51, y=76, z=1$ . 182.  $x=8,$   
 $y=10, z=5$ . 183.  $x=36, y=6$ . 184.  $x=2, y=4, z=1, u=5$ . 185.  $x=6,$   
 $y=12, z=8$ . 186. 2-шы дон 3-шы уравнением сложымыкы, плучаялтеш:  $2x=32,$   
 $x=16$ . Пытãриш уравнени гыц 2-шы уравнением лыкмыкы, плучаялтеш:  $2z=11,$   
 $z=5\frac{1}{2}$ . Остаткашыбыжы, пытãриш уравнени гыц 3-шы уравнением лыкмыкы,  
 плучаялтеш:  $2y=15\frac{1}{2}, y=7\frac{3}{4}$ . 187.  $1\frac{7}{8}$  тãнгä;  $\frac{1}{2}$  тãнгä; 5 тãнгä.  
 188. 133; 150; 76. 189.  $\pm 10; \pm 0,1; \pm \frac{1}{2}; \pm \frac{3}{4}; \pm a; \pm x$ . 190. 5; 27;  $a;$   
 $1+x$ . 191.  $+3; -3; +\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}; -0,1$ . 192.  $\pm 2; \pm \frac{1}{2}; \pm 3$  мнимый числавлä.  
 193.  $\pm 6; \pm 0,25; \pm 2ab; 3axy^2$ . 194.  $-3ab; \pm \frac{1}{2} ax; \sqrt{a} \sqrt{b} \sqrt{c}$ .  
 195.  $\pm a^2; \pm 2^2; \pm x^3; \pm (a+b)^2$ . 196.  $2^2; -a^2; x^3; (m+n)^2$ . 197.  $\frac{2}{5}; -\frac{3}{10}; \frac{a^2}{b};$   
 $\frac{\sqrt{x}}{y}; \pm \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}}$ . 198.  $\pm 5a^3bc^2; \pm 0,6 x^2y; \pm \frac{1}{2} (b+c)^2x^2$ . 199. 17; 65; 247; 763.  
 200. 368; 978; 7563. 201. 8276; 20548. 202. 534762. 203. Пытãриш 10 числан:  
 0, 1, 2, 3..., 9 квадратвлан ик цифр цела числан квадратшын остатка числа ли-  
 шашлык. Но ик квадратат ни 2-дон, ни 3-дон, ни 7-дон, ни 8-дон ак пыты.  
 204. 3; 3,6; 3,606. 205. 10,05; 0,89. 206. 0,09; 4,37. 207. 19; 18,9; 18,89. 208. 0,77  
 0,65; 0,79; 0,65; 0,17. 209.  $\frac{1}{5}\sqrt{15} = \frac{387}{500}$  (  $\frac{1}{500}$  якте точностьдон );  $\frac{1}{7}\sqrt{21} =$   
 $= \frac{458}{700}$  (  $\frac{1}{700}$  якте точностьдон );  $\frac{1}{11}\sqrt{77} = \frac{877}{1100}$  (  $\frac{1}{1100}$  якте точность-  
 дон );  $\frac{1}{12}\sqrt{60} = \frac{774}{1200}$  (  $\frac{1}{1200}$  якте точностьдон );  $\frac{1}{250}\sqrt{1750} = \frac{4183}{25000}$   
 (  $\frac{1}{25000}$  якте точностьдон ); 210. 0,5; 2,4; 1,52; 0,05. 211.  $\pm 7; \pm 3; \pm \sqrt{-25}$ .  
 212.  $\pm 9; \pm 9$ . 213. 0 дä  $3\frac{1}{2}$ ; 0 дä  $-2\frac{1}{3}$ ; 0 дä 3,75. 214. 0 дä 1; 0 дä 16;

0; 0. 215. 2 да 5; 0 да -4; 2 да -3. 216. 12 да 4. 217. 3 да -9.

218. 8 да  $-2\frac{1}{4}$ . 219. 2 да  $-\frac{1}{4}$ . 220. 44 да -2. 222. 1 да -5.

222. 6 да -3. 223. 4. 224.  $d(2 \pm \sqrt{3})$ . 225.  $t_1=6$ ;  $t_2=1$ . 226.  $\frac{a}{b}$  да

$\frac{b}{a}$ . 227.  $2\frac{1}{2}$  да -1. 228.  $4\frac{1}{2}$  да  $\frac{1}{2}$ . 229.  $\approx 1,5694$  да  $\approx 0,0306$ . 230.  $\frac{5}{13}$

да  $-\frac{11}{5}$ . 231. 7 да 0. 232. 14 да -10. 233.  $a$  да  $\frac{1}{a}$ . 234. 14, 16, 18 да

-18, -16, -14. 235. 6 да 8. 236. 3, 4, 5. 237. 12. 238. Цашышты 15 км.

239. 12. 240. 40 ученикан классышты, каждый ученик 6 листы ряды плучан.

## ОГЛАВЛЕНИ.

### ПЕРВЫЙ ОТДЕЛ.

#### АНЗЫЦ ЫНГЫЛДАРЫМАШ.

##### I. Алгебраический знаквлан вӑрышты.

1. Буквавлӑм употребляйымаш	3
2. Алгебраический выражени .	4
3. Алгебрышты техень дейст- вивлӑ ылыт . . . . .	5
4. Алгебрышты ылыш знаквлӑ	—
5. Действивлӑн порядоқышты	6

<b>II. Пытӑриш нӑл арифметический действин свойствывлӑ.</b>	
6. Сложени . . . . .	8
7. Лыкмаш . . . . .	9
8. Умножени . . . . .	10
9. Пайылымаш . . . . .	11
10. Действивлӑн свойствывлӑм применяйымаш . . . . .	12

*Стр.*

### ВТОРОЙ ОТДЕЛ.

#### ОТНОСИТЕЛЬНЫЙ ЧИСЛАВЛӑ Дӑ НИНӑДОН ДЕЙСТВИВЛӑМ ЫШТӑМАШ.

##### I. Кок противоположный смыслдон ынгылаш лимӑ величинавлӑ гишӑн.

11. Задачвлӑ . . . . .	14
12. Кок противоположный смысл- дон ынгылаш лимӑ мол величинавлӑ . . . . .	15
13. Относительный числавлӑ .	16
14. Числовой осеш числам ан- жыктымаш . . . . .	17

##### II. Относительный числавлӑм сложымаш.

15. Задача . . . . .	18
16. Кок числам сложымаш . .	—
17. Сложени правилын вес вы- раженижы . . . . .	20
18. Кым числам дӑ кымыт гӑц шукы числам сложымаш .	—

##### III. Относительный числавлӑм лыкмаш.

19. Задача . . . . .	21
20. Расностьым ӑль кок сла- гаемыйшты ик слагасмый- жым момаш . . . . .	—
21. Лыкмы правило . . . . .	23
22. Кок знакан формулывлӑ . .	24
23. Алгебраический сумма дӑ разность . . . . .	—

24. Относительный числавлӑм величинаштыдон сравни- вайымаш . . . . .	24
--	----

##### IV. Относительный числавлӑм сложымаш дӑ лыкмаш главный свойствывлӑ . . . . .

##### V. Относительный числавлӑм умножымаш.

26. Задача . . . . .	27
27. Отрицательный числаӑш ум- ножымаш . . . . .	28
28. Умножени правило . . . . .	30
29. Кым числан дӑ кымыт гӑц шукы числан произведени.	31
30. Отрицательный числан сте- пеньжы . . . . .	—

##### VI. Относительный числавлӑм пайылымаш.

31. Определени . . . . .	32
32. Пайылымы правилым лыкмаш	33
33. Делимый ӑль делитель нуль ылымы годшы случайвлӑ .	—

##### VII. Умножени дон пайылымашын главный свойствывлӑ. . . . .

ТРЕТИЙ ОТДЕЛ.

ЦЕЛА ОДНОЧЛЕННЫЙ ДА МНОГОЧЛЕННЫЙ ВЫРАЖЕНИВЛӘ.  
АЛГЕБРАИЧЕСКИЙ ДРОБЬВЛӘ.

I. Анзыц ынгылдарымашвлӘ.

35. Одночлен да многочлен . . . . .	37
36. Коэффициент . . . . .	38
37. Многочлены свойствывлӘжӘ	—
38. Подобный членвлӘм цымы- рымаш . . . . .	39

II. Алгебраический сложымаш  
дон лыкмаш.

39. ОдночленвлӘм сложымаш . . . . .	41
40. МногочленвлӘм сложымаш . . . . .	—
41. ОдночленвлӘм лыкмаш . . . . .	42
42. Многочленным лыкмаш . . . . .	—
43. Анзылнышты + аль — знак ылшы скобкывлӘм пачмаш . . . . .	43
44. Многочлены частышым скобкывлӘм кӓргӓш пырты- маш . . . . .	44

III. Алгебраический умножени.

45. ОдночленвлӘм умножымаш . . . . .	45
46. Одночлены квадрат дон кубшы . . . . .	46
47. Многочленным одночленеш умножымаш . . . . .	47
48. Многочленным многочленеш умножымаш . . . . .	48
49. Расположенный многочлен . . . . .	49
50. Расположенный многочлен- влӘм умножымаш . . . . .	50
51. Произведени высший дон нисший членвлӘжӘ . . . . .	—
52. Произведени членвлӘн шотшы . . . . .	51
53. МногочленвлӘм умножымы юж формулывлӘ . . . . .	—
54. Ти формулывлӘм применяйы- маш . . . . .	52
55. Кок числан суммыштын куб да кок числан расностьы- штын куб . . . . .	53

IV. Алгебраический пайылымаш.

56. ОдночленвлӘм пайылымаш . . . . .	54
57. Нулевой показатель . . . . .	—
58. ОдночленвлӘм пайылаш ли- тӓмӓ признаквлӘ . . . . .	55
59. Многочленным одночленеш пайылымаш . . . . .	—
60. Одночленным многочленеш пайылымаш . . . . .	56
61. Многочленным многочленеш пайылымаш . . . . .	—
62. Расположенный многочлен- влӘм пайылымаш . . . . .	57
63. МногочленвлӘм пайылаш ли- тӓмӓ признаквлӘ . . . . .	59

V. МножительвлӘэш разложымаш.

64. Предварительный замечани . . . . .	59
65. Цела одночленвлӘм разло- жымаш . . . . .	—
66. МногочленвлӘм разложымаш . . . . .	60

VI. Алгебраический дробьвлӘ.

67. Алгебраический дробь ариф- метический дробь гӓц от- личаялтмаш . . . . .	62
68. Дробьын основной свойст- выжы . . . . .	63
69. Дробьын членвлӘжӓм цела видӓным ыштӓмӓш . . . . .	—
70. Дробьын членвлӘжӓн знак- влӘм вашталтымаш . . . . .	64
71. ДробьвлӘм сокращайымаш . . . . .	—
72. ДробьвлӘм обший знаме- нательным ыштӓмӓш . . . . .	65
73. ДробьвлӘм сложымаш дон лыкмаш . . . . .	67
74. ДробьвлӘм умножымаш . . . . .	68
75. Дробьын квадратшы дон кубшы . . . . .	69
76. ДробьвлӘм пайылымаш . . . . .	70
77. ЗамечанивлӘ . . . . .	—

ЧЕТВЕРТЫЙ ОТДЕЛ.

ПЕРВЫЙ СТЕПЕНЯН УРАВНЕНИВЛӘ.

I. УравненивлӘн обший  
свойствывлӘ.

78. РавенствывлӘ да нынӓн свойствывлӘштӓ . . . . .	71
79. Тождество . . . . .	—
80. Уравнени . . . . .	72
81. Равносильный уравненивлӘ . . . . .	73
82. УравненивлӘн пӓтӓриш свой-	

ствышты . . . . .	74
83. СледствивлӘ . . . . .	75
84. УравненивлӘн кокшы свой- ствышты . . . . .	—
85. СледствивлӘ . . . . .	76
86. Уравнени частывлӘжӓм икань алгебраический вы- ражениэш умножымаш аль пайылымаш . . . . .	77



87. Ордыж (посторонний) кореньвлӓ . . . . . 77

**II. Ик неизвестных уравнений.**

88. Ик неизвестных первый степень уравнений решимаш . . . . . 78  
89. Уравнениям составляемым гишан пӓлимаш . . . . . 81  
90. Буквенный уравнениям . . . . . 82

**III. Первый степень уравнений система.**

Кок неизвестных кок уравнений система.

91. Задача . . . . . 84  
92. Кок неизвестных первый степень уравнений нормальный видшы . . . . . 85  
93. Кок неизвестных ик уравнений неопределенностьшы . . . . . 86  
94. Уравнениям система . . . . . —  
95. Подстановка способ . . . . . —  
96. Алгебраический сложимаш способ . . . . . 87

97. Буквенный коэффициентан уравнениям система . . . . . 89

Кым неизвестных кым уравнений система.

98. Кым неизвестных первый степень уравнений нормальный видшы . . . . . 90  
99. Кым неизвестных кок аль ик уравнений неопределенностьшы . . . . . 91  
100. Кым неизвестных кым уравнений система . . . . . —  
101. Подстановка способ . . . . . 92  
102. Алгебраический сложимаш способ . . . . . —  
103. Пумы каждый уравнений кыл неизвестный пырымдыман случай . . . . . 93  
104. Уравнениям дробный неизвестныйвлӓ веле ылман случай:  $\frac{1}{x}, \frac{1}{y}$  . . . . . 94  
105. Пумы уравнениям сложимаш керӓл случай . . . . . 95

пятой отдел.

**КВАДРАТНЫЙ КОРЕНЬМ ИЗВЛЕКАЙМАШ.**

**I. Кореньвлӓ основной свойствывлӓ.**

106. Кореньм определяймаш . . . . . 97  
107. Арифметический корень . . . . . —  
108. Алгебраический корень . . . . . 98  
109. Произведение, степень да дробьн кореньм извлекаймаш . . . . . 99

**II. Числавлӓ квадратный кореньштым извлекаймаш.**

110. Пӓтарих замечаниявлӓ . . . . . 101  
111. 10 000 гиц изи да 100 гиц кого цела числан кореньжым извлекаймаш . . . . . —  
112. 10 000 гиц кого цела числавлӓн кореньштым извлекаймаш . . . . . 104

113. Кореньн цифрвлӓ шот . . . . . 106

**III. Приближенный квадратный кореньм извлекаймаш.**

114. Точный кореньм извлекаймаш литӓмь кок случай . . . . . 107  
115. 1 якте точности приближенный корень . . . . . —  
116.  $\frac{1}{10}$  якте точности приближенный корень . . . . . 108  
117.  $\frac{1}{100}, \frac{1}{1000}$  да молывлӓ якте точности приближенный корень . . . . . 109  
118. Проста дробьн кореньм извлекаймаш . . . . . 112

шестой отдел.

**КВАДРАТНЫЙ УРАВНЕНИЕ.**

119. Задача . . . . . 114  
120. Квадратный уравнений нормальный видшы . . . . . —  
121. Неполный квадратный уравнениям решимаш . . . . . 115  
122. Полный квадратный уравнениям решимаш примервлӓ . . . . . 117  
123. Приведенный квадратный уравнений формула . . . . . 118

124. Квадратный уравнений кореньвлӓжӓн общий формула . . . . . 120  
125.  $b$  коэффициент четный числа ылмы годым, общий формулым простаэмдымаш . . . . . 121  
126. Квадратный уравнений корень шотшы . . . . . —  
Упрощениявлӓ от вствлӓ . . . . . 122

Ц. 1940 г. . . . . 122  
Акт № 464  
Вкладн. л. . . . .

Цена 1 тэнгэ 10 коп.  
Цена 1 руб. 10 коп.

26 239

Мар. г.  
3-644/1

А. КИСЕЛЕВ  
АЛГЕБРА

*Часть I*

*Учебник  
для 6—8 классов  
неполной средней  
и средней школы*

На горно-марийском языке